

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías
Industriales

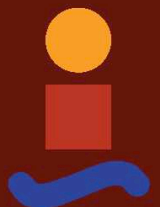
Desarrollo de un modelo de elementos finitos para el
aprovechamiento energético de las vibraciones
ambientales

Autora: Macarena Gómez Acebal

Tutor: Antonio Romero Ordóñez

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Desarrollo de un modelo de elementos finitos para el aprovechamiento energético de las vibraciones ambientales

Autor:
Macarena Gómez Acebal

Tutor:
Antonio Romero Ordóñez
Profesor Titular

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2019

Trabajo Fin de Grado: Desarrollo de un modelo de elementos finitos para el aprovechamiento energético de las vibraciones ambientales

Autor: Macarena Gómez Acebal

Tutor: Antonio Romero Ordóñez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

A mi familia y amigas

A mis profesores

ÍNDICE

| | |
|---|-------------|
| ÍNDICE DE FIGURAS..... | xi |
| ÍNDICE DE TABLAS..... | xvii |
| 1. INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1. Motivación..... | 1 |
| 1.2. Revisión bibliográfica..... | 1 |
| 1.3. Objetivos | 3 |
| 1.4. Estructura del documento | 3 |
| 1.5. Contribuciones originales | 4 |
| 2. MICROGENERACIÓN DE ENERGÍA DE LAS VIBRACIONES | |
| AMBIENTALES | 6 |
| 2.1. Introducción | 6 |
| 2.2. Propiedades..... | 7 |
| 2.3. Historia del modelo de recolector de energía..... | 11 |
| 2.4. Modelo de recolector en ANSYS | 13 |
| 3. COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN RECOLECTOR DE ENERGÍA.. | 26 |
| 3.1. Sistema de un grado de libertad | 26 |
| 3.2. Solución analítica de una viga en voladizo..... | 31 |
| 4. MODELO NUMÉRICO DE UN MICRORECOLECTOR DE ENERGÍA | 43 |
| 4.1. Análisis modal..... | 43 |
| 4.1.1. Modelo tipo viga. Comparación con la solución analítica | 44 |
| 4.1.2. Modelo tipo pletina. Comparación con la solución analítica | 49 |
| 4.1.3. Efecto masa sísmica | 54 |
| 4.1.3.1. Modelo con masa puntual centrada | 55 |
| 4.1.3.2. Modelo con masa puntual en los extremos..... | 60 |
| 4.1.3.3. Modelo con masa lineal..... | 64 |
| 4.2. Análisis armónico..... | 71 |
| 4.2.1. Comparación de modelos sin masa sísmica..... | 72 |

| | |
|--|------------|
| 4.2.2. Efecto masa sísmica..... | 73 |
| 4.3. Efecto piezoeléctrico..... | 76 |
| 4.3.1. Análisis modal | 77 |
| 4.3.1.1. Modelo PZT sin masa sísmica | 77 |
| 4.3.1.2. Modelo PZT con masa sísmica central | 82 |
| 4.3.2. Análisis armónico..... | 84 |
| 5. EJEMPLO NUMÉRICO. VIADUCTO ARROYO BRACEA I | 88 |
| 5.1. Introducción al ensayo..... | 88 |
| 5.1.1. Toma de muestras..... | 89 |
| 5.2. Análisis y resultados..... | 92 |
| 5.3. Conclusiones | 103 |
| 6. CONCLUSIONES. TRABAJOS FUTUROS..... | 104 |
| REFERENCIAS | 107 |
| ANEXO. CÓDIGOS MODELOS ANSYS | 110 |
| 6.1. Modelo tipo viga..... | 110 |
| 6.2. Modelo pletina de latón | 111 |
| 6.3. Modelo pletina de latón con masa sísmica puntual (centrada o en extremos) | 112 |
| 6.4. Modelo pletina de latón con masa sísmica lineal | 113 |
| 6.5. Modelo pletina de latón con PZT-5H..... | 114 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 2-1 – Geometría del elemento SHELL181 de ANSYS. Imagen obtenida del manual del programa (ANSYS, ANSYS Help SHELL181)..... | 14 |
| Figura 2-2 – Configuración y geometría del elemento SOLID5 de ANSYS. Imagen extraída del manual del programa (ANSYS, ANSYS Help SOLID5)..... | 15 |
| Figura 2-3 – Modelo de dos láminas piezoeléctricas entre un material diferente, en voladizo, empotrada en $X=0$ y perpendicular al eje Y . La imagen se obtiene de la referencia (Po-Shiun, 2006). | 17 |
| Figura 2-4 – Ejemplo de configuración con pletinas piezoeléctricas, donde se observa la conexión con el circuito eléctrico. Imagen extraída de la tesis realizada por Chen (Po-Shiun, 2006). | 18 |
| Figura 2-5 – Ejemplo de polarización en moléculas. Figura extraída de la referencia (Aragonesa)..... | 19 |
| Figura 2-6 – Geometría y malla del modelo en ANSYS de las láminas de PZT-5H acopladas a la pletina de latón. Vista general y detalle. | 21 |
| Figura 2-7 – Ejemplo de configuración unimorfa y bimorfa: soporte, láminas piezoeléctricas, definición de electrodos y conexión eléctrica. Imagen obtenida de la referencia (González Díaz, 2017). | 22 |
| Figura 2-8 – Efecto sobre la pletina piezocerámica cuando la dirección de polarización y la diferencia de potencial tienen sentido opuesto: la pletina se expande. Vista de perfil en detalle, con la deformada e indeformada. | 23 |
| Figura 2-9 – Efecto sobre pletina piezocerámica cuando la dirección de polarización y la diferencia de potencial tienen el mismo sentido: la pletina se contrae. Vista de perfil en detalle, con la deformada e indeformada..... | 24 |
| Figura 2-10 – Esquema del efecto sobre pletina con dos capas piezocerámicas con misma dirección de polarización, y opuesta de potencial. Imagen obtenida de la tesis de Chen (Po-Shiun, 2006). | 24 |

| | |
|--|----|
| Figura 2-11 – Efecto sobre la pletina con dos capas de PZT-5H, cuando en la inferior la dirección de polarización y la diferencia de potencial tienen el mismo sentido y en la superior tienen sentidos opuestos. | 25 |
| Figura 3-1 – Factor de amplificación dinámico frente a beta (relación entre frecuencia de excitación y frecuencia natural), para diferentes valores de amortiguamiento. | 29 |
| Figura 3-2 – Potencia adimensional frente a beta (relación entre frecuencia de excitación y frecuencia natural), para diferentes valores de amortiguamiento. | 30 |
| Figura 3-3 – Configuración básica de la viga en voladizo para el modelo sin acoplamiento con parámetro distribuido y vibraciones en la base. | 31 |
| Figura 3-4 – Variación de la función ϕ con el vector posición de la barra, para diferentes valores de frecuencia adimensional (λ); de este modo, se representan los seis primeros modos de vibración de la viga. | 34 |
| Figura 3-5 – Desplazamiento relativo del extremo de la viga ($x=L$) frente al tiempo, al excitar el sistema con un desplazamiento unidad (en metros) y una frecuencia de excitación de 188 rad/s. | 36 |
| Figura 3-6 – Deformación adimensional del extremo de la viga ($x=L$) frente al tiempo, al excitar el sistema con un desplazamiento unidad (en metros) y una frecuencia de excitación de 188 rad/s. | 37 |
| Figura 3-7 – Voltaje partido por amplitud del extremo de la viga ($x=L$) frente al tiempo, al excitar el sistema con un desplazamiento unidad (en metros) y una frecuencia de excitación de 188 rad/s. | 38 |
| Figura 3-8 – Valores de voltaje partido por amplitud frente a la frecuencia de excitación, al excitar al sistema con un desplazamiento de un metro; en escala logarítmica y para todos los trozos de la viga. | 39 |
| Figura 3-9 – Configuraciones para el modelo acoplado de parámetro distribuido: unimorfa y bimorfa con circuito eléctrico en serie o en paralelo. | 42 |
| Figura 4-1 – Configuración y geometría del elemento BEAM3 de ANSYS. Imagen extraída del manual del programa (ANSYS, ANSYS Help MASS21). | 44 |
| Figura 4-2 – Primer modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS. | 46 |

| | |
|---|----|
| Figura 4-3 – Segundo modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS | 47 |
| Figura 4-4 – Tercer modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS | 47 |
| Figura 4-5 – Cuarto modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS | 47 |
| Figura 4-6 – Quinto modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS | 48 |
| Figura 4-7 – Sexto modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS | 48 |
| Figura 4-8 -Modelo de pletina en ANSYS empleando un elemento de tipo SHELL181..... | 49 |
| Figura 4-9 - Modo de vibración uno para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181..... | 51 |
| Figura 4-10 - Modo de vibración tres para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181..... | 52 |
| Figura 4-11- Modo de vibración cinco para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181..... | 53 |
| Figura 4-12 -Modelo de pletina en ANSYS empleando un elemento de tipo SHELL181, añadiendo una masa sísmica en el centro del voladizo de tipo MASS21 | 55 |
| Figura 4-13 - Modo de vibración uno para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con un MASS21 centrado en el extremo del voladizo..... | 57 |
| Figura 4-14 - Modo de vibración dos para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con un MASS21 centrado en el extremo del voladizo..... | 58 |
| Figura 4-15 - Modo de vibración tres para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con un MASS21 centrado en el extremo del voladizo..... | 59 |
| Figura 4-16 – Prototipo de recolector, obtenido de la ref. (Kim, Tadesse, & Priya, 2008), y modelo en ANSYS empleando un elemento SHELL181, añadiendo una | |

| | |
|---|----|
| masa sísmica en cada extremo del voladizo de tipo MASS21..... | 60 |
| Figura 4-17 - Modo de vibración uno para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con MASS21 en las esquinas del extremo del voladizo | 62 |
| Figura 4-18 - Modo de vibración dos para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con MASS21 en las esquinas del extremo del voladizo | 63 |
| Figura 4-19 - Modo de vibración tres para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con MASS21 en las esquinas del extremo del voladizo | 63 |
| Figura 4-20 – Configuración y geometría del elemento BEAM188 de ANSYS. Imagen extraída del manual del programa (ANSYS, ANSYS Help BEAM188). | 65 |
| Figura 4-21 - Modelo de pletina en ANSYS empleando un elemento de tipo SHELL181, añadiendo una masa lineal en el voladizo de tipo BEAM188 | 66 |
| Figura 4-22 - Modo de vibración uno para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 e incluye un BEAM188 como masa lineal..... | 68 |
| Figura 4-23 - Modo de vibración tres para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 e incluye un BEAM188 como masa lineal..... | 69 |
| Figura 4-24 - Amplitud adimensional frente a frecuencia, al excitar al sistema con un desplazamiento igual a 1 m; para tres modelos diferentes: resultado analítico, modelo tipo viga y modelo tipo pletina en ANSYS | 72 |
| Figura 4-25 - Amplitud adimensional frente a frecuencia, al excitar al sistema con un desplazamiento igual a 1 m; para cuatro modelos diferentes: elemento SHELL181 y elemento SHELL181 con masa puntual centrada, puntual en extremos o lineal. | 74 |
| Figura 4-26 - Amplitud adimensional frente a frecuencia con zoom en el modo de vibración uno, para la pletina modelada en ANSYS sin incluir masa sísmica e incluyéndola..... | 75 |
| Figura 4-27 - Modo de vibración dos para el modelo numérico en ANSYS del sistema con configuración bimorfa sin masa sísmica, sin considerar diferencia de potencial..... | 79 |
| Figura 4-28 - Modos de vibración uno, tres y cinco para el modelo numérico en ANSYS del sistema con configuración bimorfa sin masa sísmica, sin considerar diferencia de potencial | 80 |

| | |
|---|-----|
| Figura 4-29 - Amplitud frente a frecuencia, como resultado de excitar a los sistemas (pletina con PZT sin masa y pletina con PZT y masa puntual centrada) con una aceleración vertical de valor 1 m/s^2 | 85 |
| Figura 4-30 - Voltaje frente a frecuencia, como resultado de excitar a los sistemas (pletina con PZT sin masa y pletina con PZT y masa puntual centrada) con una aceleración vertical de valor 1 m/s^2 | 86 |
| Figura 4-31 – Ejemplo de configuración para un recolector de energía. Imagen obtenida de la ref. (Erturk & Inman, 2008c). | 87 |
| Figura 5-1 - Imagen satélite 3D del Arroyo Bracea bajo el Viaducto construido para el paso de trenes en Toledo, España. | 88 |
| Figura 5-2 - Sección transversal de la plataforma del Viaducto sobre el Arroyo Bracea I, donde se muestra la composición de ésta (las medidas en metros). | 89 |
| Figura 5-3 - Ejemplo de acelerómetro y disposición de éstos bajo la plataforma del Viaducto del Arroyo Bracea I. | 90 |
| Figura 5-4 - Modelos de trenes RENFE que transitan por el Viaducto del Arroyo Bracea I tratados en el estudio. | 91 |
| Figura 5-5 - Aceleración frente a tiempo y a frecuencia del acelerómetro cinco, para los modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I. | 94 |
| Figura 5-6 - Amplitud de la masa sísmica y voltaje de la pletina frente a tiempo, para distintos modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I. | 96 |
| Figura 5-7 - Amplitud de la masa sísmica y voltaje de la pletina frente a frecuencia, para distintos modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I. | 98 |
| Figura 5-8 - Comparación de amplitud y voltaje de la pletina frente a frecuencia, para distintos modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I. | 101 |
| Figura 5-9 - Factor voltaje entre desplazamiento frente a frecuencia, para distintos modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I. | 102 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|---|----|
| Tabla 2–1 Nomenclatura empleada en las ecuaciones de materiales piezoeléctricos. | 8 |
| Tabla 3–1 Nomenclatura empleada en el código de MATLAB para la realización del modelo | 32 |
| Tabla 3–2 Valores y unidades empleados en el código de MATLAB para la realización del modelo..... | 33 |
| Tabla 4–1 Comparativa de frecuencias naturales entre la solución analítica y el modelo numérico con elemento BEAM3, señalando el error entre ambos..... | 46 |
| Tabla 4–2 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de ANSYS con elemento SHELL181..... | 50 |
| Tabla 4–3 Comparativa de frecuencias naturales entre el cálculo analítico con MATLAB y el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 | 54 |
| Tabla 4–4 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de ANSYS para el elemento SHELL181 con MASS21 centrada | 56 |
| Tabla 4–5 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de ANSYS para el elemento SHELL181 con MASS21 en extremos | 61 |
| Tabla 4–6 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de ANSYS para el elemento SHELL181 con masa lineal (BEAM188)..... | 67 |
| Tabla 4–7 Comparación de frecuencias naturales de los modos de vibración contribuyentes, para el modelo de pletina sin masa sísmica y para los tres modelos que sí la incluyen..... | 70 |
| Tabla 4–8 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de configuración bimorfa sin masa y sin considerar diferencia de potencial | 78 |
| Tabla 4–9 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del | |

| | |
|--|----|
| modelo numérico en ANSYS del sistema con configuración bimorfa sin masa sísmica, considerando una diferencia de potencial de valor unidad (1 V)..... | 81 |
| Tabla 4-10 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo numérico en ANSYS del sistema con configuración bimorfa con masa puntual, sin considerar diferencia de potencial..... | 83 |
| Tabla 5-1 Velocidad a la cual circula cada modelo de tren por el Viaducto sobre el Arroyo Bracea I..... | 91 |

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Motivación

La recolección de energía se basa en almacenar energía eléctrica proveniente de otras fuentes de energía como la mecánica, solar, térmica..., para su posterior utilización.

Aunque es un tema de actualidad, este método se remonta mucho tiempo atrás, ya que la humanidad siempre ha buscado formas de poder almacenar energía, y no tener la necesidad de consumirla en el momento que se produce.

Energy Harvesting aplica esta táctica en pequeños dispositivos, principalmente elementos electrónicos portátiles y sensores inalámbricos.

La motivación de investigar en este campo reside en la reducida potencia que requieren los componentes electrónicos.

La meta principal es conseguir que dichos dispositivos sean capaces de alimentarse con la energía procedente de las vibraciones disponible en el ambiente. De esta forma se podría eliminar, o al menos reducir, la necesidad de una fuente de alimentación externa y contaminante.

Concretamente, se pretenden colocar estos instrumentos cerca de las vías del tren, para así poder aprovechar el movimiento que generan a su paso.

1.2. Revisión bibliográfica

En los últimos años, las tecnologías para el almacenamiento de energía han adquirido cada vez más importancia e interés entre los investigadores. Priya e Inman (Kim, Tadesse, & Priya, 2008) recogen en los capítulos de su libro, diferentes revisiones técnicas, discusiones y conocimientos básicos del diseño y fabricación de estos sistemas de captación de energía.

Dependiendo de la fuente, se obtiene más o menos potencia de energía almacenada.

La energía solar tiene la capacidad de proporcionar la mayor densidad de potencia, $15000 \mu\text{W}/\text{cm}^3$, aproximadamente el doble que las otras fuentes posibles. Sin embargo, este tipo de origen no es conveniente en emplazamientos de interior, ya que la densidad disminuye hasta alcanzar los $10 - 20 \mu\text{W}/\text{cm}^3$.

Las otras fuentes interesantes son las vibraciones mecánicas ($300 \mu\text{W}/\text{cm}^3$) y el flujo o corriente de aire ($360 \mu\text{W}/\text{cm}^3$). Toda esta información la estudiaron investigadores como Roundy et al. (Roundy, et al., 2005).

Sin embargo, la transducción que ha recibido más atención en las últimas décadas ha sido la conversión de vibraciones a electricidad, como muestran numerosos artículos (Sodano, Inman, & Park, 2004) (Priya, 2007).

Principalmente, se encuentran tres mecanismos básicos de conversión: electromagnetismo, electrostática y piezoelectricidad. Siendo esta última es la que ha despertado más interés (Sodano, Inman, & Park, 2005) (Jeon, Sood, Jeong, & Kim, 2005).

La vibración de un sólido rígido puede estar causada por diferentes factores, como por ejemplo el desequilibrio producido por una masa en un sistema.

El comportamiento característico es único dependiendo del sistema estudiado, el cual puede estar simplemente definido por la constante de amortiguamiento y la frecuencia natural (Laura, Pombo, & Susemihl, 1974).

Lo más común es estudiar el comportamiento dinámico de las vibraciones del sólido empleando un modelo tipo viga, con el fin de simplificar el problema y poder prever cómo actuará un sistema más complejo.

Normalmente, el recolector de energía mediante piezoelectricidad consiste en una pletina en voladizo con una o dos capas piezocerámicas. Éste se coloca sobre una base vibratoria para generar un voltaje de salida a través de los electrodos del material de cubrición (Ottman, Hofmann, Bhatt, & Lesieutre, 2002).

En el circuito eléctrico se incluye una carga resistiva para predecir la respuesta eléctrica del conjunto, teniendo como dato de entrada el movimiento de la base.

1.3. Objetivos

El objetivo de este trabajo es el estudio de la producción de energía a través de las vibraciones, es decir, investigar el voltaje generado al excitar un sistema mediante oscilaciones.

Para ello, se modelará mediante el Método de los Elementos Finitos un recolector de energía, y se estudiará su comportamiento dinámico frente a una excitación debida a una aceleración en su base.

Para alcanzar ese fin, en primer lugar, se implemetará una solución analítica de un modelo aproximado propuesto por Erturk e Inman (Erturk & Inman, A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters, 2008a), con la finalidad de comprender cómo funciona el recolector. Posteriormente, se simularán modelos numéricos con diversas configuraciones empleando el MEF, de forma que se logre asimilar lo máximo posible al prototipo habitual de recolector.

Estudiando la respuesta lograda para cada uno de los modelos, se busca determinar la configuración óptima que porporcione la mayor generación de energía.

El principal fin de este trabajo, es investigar la energía que es capaz de extraerse excitando a un sistema mediante vibraciones en su base. Por ello, se desea implemetar una excitación tomada en el Viaducto sobre el Arroyo Bracea I por Galvín et al. (Galvín, Romero, Moliner, & Martínez-Rodrigo, 2018) en el modelo concluyente.

La idea consistiría en situar los recolectores en viaductos de fácil acceso por los cuales haya tránsito ferroviario. De ese modo, los recolectores estarán excitados con vibraciones de origen no artificial, y serán capaces de almacenar energía sin perjudicar el medio ambiente.

1.4. Estructura del documento

El escrito lo forman 6 capítulos más un anexo, divididos en subcapítulos y subapartados para facilitar la comprensión y el desarrollo de la información.

En el capítulo 2 se expone la información teórica de utilidad en el progreso del documento. Se trata el tema de la conversión de energía mecánica a eléctrica, se introducen los conceptos generales de los materiales piezoeléctricos, se explican los diferentes modelos con los cuales se han modelado a lo largo de la historia los recolectores y para concluir, se muestra la forma de implementar en ANSYS los materiales piezoeléctricos.

En el siguiente capítulo, el número 3, se ejecuta la solución analítica propuesta por Erturk e Inman (Erturk & Inman, A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters, 2008a) para un modelo determinado de recolector. De esa forma, se obtiene una primera aproximación de la respuesta del sistema.

La sección principal y la más importante del trabajo realizado corresponde al capítulo cuatro. En él, se presentan dos modelos numéricos (tipo viga y tipo pletina), implementados con ayuda de ANSYS, y su comparación con la solución analítica. Finalmente, se modifica el sistema anterior considerando el efecto de masa sísmica y el acoplamiento piezoeléctrico.

En el quinto capítulo, se excita al modelo que se adapta mejor al sistema de recolector, mediante aceleraciones en su base debidas a la circulación ferroviaria.

El escrito lo cierran las conclusiones y las posibles líneas de trabajo futuro, junto con un anexo donde se incluyen los códigos implementados en ANSYS para los modelos numéricos realizados.

1.5. Contribuciones originales

En la elaboración de este trabajo, se implementan soluciones analíticas obtenidas por Erturk e Inman (Erturk & Inman, 2008c) (Erturk & Inman, 2007).

Por un lado, los modelos numéricos analizados se elaboran teniendo en consideración la configuración más habitual de simular un recolector piezoeléctrico (Ottman, Hofmann, Bhatt, & Lesieutre, 2002).

Por otro lado, a la hora de excitar los modelos mediante aceleraciones, se emplean los resultados de un ensayo realizado por Galvín et al. (Galvín, Romero, Moliner, & Martínez-Rodrigo, 2018).

Finalmente, los aspectos a destacar en el escrito son los siguientes:

- Implementación de una solución analítica basada en el modelo de Erturk e Inman, empleando el programa MATLAB.
- Definición y creación de diferentes modelos mediante el Método de los Elementos Finitos con ayuda de ANSYS: modelo tipo viga y modelos tipo pletina con diferentes configuraciones, como el efecto de una masa sísmica o el efecto del acoplamiento piezoeléctrico.
- Resolución mediante análisis modal, armónico y transitorio implementado en los diferentes prototipos planteados.
- Excitación del modelo mediante medidas experimentales tomadas en el puente del arroyo Bracea I por Galvín et al. (Galvín, Romero, Moliner, & Martínez-Rodrigo, 2018).
- Recopilación de las conclusiones obtenidas en la investigación, que pueden servir de base en futuros estudios.

2. MICROGENERACIÓN DE ENERGÍA DE LAS VIBRACIONES AMBIENTALES

2.1. Introducción

La piezoelectricidad es un fenómeno que afecta a ciertos cristales de forma que, al ser sometidos a tensiones mecánicas, su masa adquiere una polarización eléctrica provocando que aparezca una diferencia de potencial entre sus superficies enfrentadas.

El efecto piezoeléctrico es normalmente reversible, es decir, al dejar de someter a los cristales a un voltaje exterior, recuperan su forma original.

Los materiales más comunes son: Cuarzo, Rubidio, sal de Seignette, cerámicas, cerámica piezoeléctrica y cerámica técnica.

Se dividen en dos grupos: los que presentan las propiedades de forma natural, y los que necesitan ser polarizados (es el caso de los cerámicos). Como los primeros tienen un efecto pequeño, surge la necesidad de crear los segundos.

Las cerámicas piezoeléctricas pertenecen a la categoría que aporta mayor flexibilidad de formato y propiedades, siendo ampliamente utilizadas en la fabricación de equipos industriales, especialmente en sistemas de limpieza, equipos de soldadura por ultrasonido, para ensayos no destructivos y para monitorear vibraciones.

Los más usados en la industria son el titanato de bario (BaOTiO_2), y una combinación de zirconato de plomo (PbZrO_3) y titanato de plomo (PbTiO_3) (Kim, Tadesse, & Priya, 2008). A esta combinación se le denomina PZT (zirconato titanato de plomo) y son fabricados por compresión de polvo a alta temperatura, moldeados y cocidos en un horno. Wolf y Troiler-McKinstry (Troiler-McKinstry &

Muralt, 2004) propusieron el proceso de deposición química para láminas PZT.

El PZT fue desarrollado en 1952 en el instituto tecnológico de Tokio. Es una solución sólida sintetizada de titanato de plomo con zinconato de plomo, como se ha indicado anteriormente, y son las cerámicas piezoeléctricas más demandadas debido a su temperatura crítica, su coeficiente piezoeléctrico y su relativamente baja temperatura de funcionamiento (200 °C).

Posee las siguientes ventajas: se puede fabricar a un precio muy bajo, físicamente es resistente, es químicamente inerte y se ha demostrado que tiene más sensibilidad piezoeléctrica que otras cerámicas (se comprueba observando su coeficiente piezoeléctrico).

Finalmente, el piezocerámico empleado durante este trabajo corresponde al tipo PZT-5H (Navy Type VI).

Este modelo es adecuado para aplicaciones que requieren grandes deformaciones mecánicas. Sus propiedades más destacadas son las constantes d_{33} y K_{33} . La creación de actuadores y posicionadores son las principales aplicaciones de este tipo de PZT.

Tras esta breve introducción sobre la piezoelectricidad, se procede, en primer lugar, a definir las propiedades de los elementos piezoeléctricos.

Una vez aclaradas dichas propiedades, se explica la evolución de las diversas investigaciones que han tratado de explicar y modelar el comportamiento dinámico de un recolector de energía.

Para finalizar, se muestra el método para implementar dicho modelo en un programa de Elementos Finitos.

2.2. Propiedades

Para comenzar, se adjunta una tabla aclaratoria con los símbolos empleados en este apartado junto con su descripción.

Tabla 2-1 Nomenclatura empleada en las ecuaciones de materiales piezoeléctricos.

| Símbolo | Tipo | Tamaño | Unidad | Definición |
|------------|--------|--------|-------------------|-----------------------------|
| T | Vector | 6x1 | N/m ² | Tensión |
| S | Vector | 6x1 | m/m | Deformación |
| E | Vector | 3x1 | N/C | Intensidad corriente |
| D | Vector | 3x1 | C/m ² | Densidad flujo eléctrico |
| s | Matriz | 6x6 | m ² /N | Compliance elástica |
| c | Matriz | 6x6 | N/m ² | Rigidez |
| ϵ | Matriz | 3x3 | F/m | Permitividad |
| d | Matriz | 3x6 | C/N | Cte. carga piezoeléctrica |
| g | Matriz | 3x6 | Vm/N | Cte. tensión piezoeléctrica |

A continuación, se listan las propiedades principales y más interesantes de los PZT (Cady, 1964) (piezoelectricity):

- Constante de carga piezoeléctrica d (m/V o C/N)

Informa de cuál es la proporción entre la variación dimensional del material piezoeléctrico (m) y la diferencia de potencial aplicada (V), o entre la generación de cargas eléctricas (C) y la fuerza aplicada en el material (N).

- Constante de tensión piezoeléctrica g (Vm/N)

Indica la proporción entre la diferencia de potencial generada (V) y la fuerza aplicada (N) para una cerámica piezoeléctrica con 1 metro de longitud.

- Coeficiente de acoplamiento (adimensional)

Es la eficiencia del material en la transducción/conversión de energía eléctrica en

mecánica y viceversa.

- Factor de calidad mecánico Q (adimensional)

Es una medida del amortiguamiento del material.

- Factor de disipación dieléctrica $\tan \delta$ (adimensional)

Corresponde a una medida dieléctrica del material.

- Temperatura de Curie T_C ($^{\circ}\text{C}$)

Es la temperatura para la cual la estructura cristalina del material sufre una transición de fase dejando de presentar propiedades piezoeléctricas. Después de superar esta temperatura, el material pierde la polarización remanente inducida, tornándose inservible para su utilización como elemento transductor de energía eléctrica en mecánica.

- Constantes de frecuencia N ($\text{Hz}\cdot\text{m}$)

Permite la estimación de la frecuencia de resonancia de los dispositivos piezoeléctricos.

Los materiales piezoeléctricos adecuados para el almacenamiento de energía son aquellos que se caracterizan por tener un valor alto en el producto entre la constante de tensión piezoeléctrico (g) y la constante de carga piezoeléctrica (d). La condición para que de dicha operación se obtenga un resultado apropiado, consiste en que $|d| = \varepsilon^n$, donde ε es la permitividad del material y n es un parámetro que depende de dicho material y es menor de 0.5 (Kim, Tadesse, & Priya, 2008).

Tras señalar las propiedades de estos materiales, se procede a definir las ecuaciones constitutivas que describen la interrelación entre deformación (S) y densidad de flujo eléctrico (D), con la finalidad de comprender el comportamiento de los materiales piezoeléctricos:

$$S = s^E \cdot T + d^t \cdot E \quad (2-1)$$

$$D = d \cdot T + \varepsilon^T \cdot E \quad (2-2)$$

El coeficiente elástico piezoeléctrico s^E , el coeficiente de deformación piezoeléctrico d y la permitividad piezoeléctrica ε son parámetros críticos, y en las aplicaciones tratadas se busca que tengan valores elevados. La permitividad en vacío es: $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

Por otra parte, lo más adecuado para la comprensión de dichas propiedades y, principalmente, para entender cómo se introducirán con posterioridad en el modelo de ANSYS, es la visualización en forma matricial.

En la ecuación (2-3) se observa la relación entre las propiedades que influyen en los materiales piezoeléctricos, pero en forma de matriz.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & & & & & & \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & & & & & & \\ C_{21} & C_{32} & C_{22} & & & & & & \\ & & & C_{44} & & & & & \\ & & & & C_{55} & & & & \\ & & & & & C_{55} & & & \\ & & & & e_{15} & & 11 & & \\ & & & e_{24} & & & & 22 & \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & & & & & & 33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

Tras concluir la explicación teórica de las propiedades piezoeléctricas, se busca modelar el recolector de energía. De ese modo, se podrán realizar los análisis correspondientes y obtener los resultados definidos en los objetivos de este escrito.

2.3. Historia del modelo de recolector de energía

El modelo más usual (Ottman, Hofmann, Bhatt, & Lesieutre, 2002) para un recolector de energía piezoeléctrico, consiste en una pletina en voladizo con una o dos láminas piezocerámicas y con una masa puntual. Dependiendo de su configuración, el sistema se denomina unimorfo (una lámina) o bimorfo (dos láminas).

La pletina se ubica sobre una estructura vibratoria, de forma que la tensión inducida en ella genera una salida de voltaje a través de los electrodos que cubren el piezocerámico.

El problema que surge a la hora de predecir el voltaje a través de la resistencia conectada al material piezoeléctrico bajo la excitación de su base, ha sido estudiado por diferentes autores.

Una de las investigaciones pioneras en este ámbito corresponde a Roundy et al. (Roundy, Wright, & Rabaey, 2003), los cuales emplearon en sus estudios un modelo de un grado de libertad, denominado modelo de parámetro agrupado.

Éste se aproxima al comportamiento real del sistema en el ámbito eléctrico, ya que tanto los condensadores piezocerámicos como las resistencias de carga externa, se modelan con un grado de libertad. Por tanto, lo indispensable sería obtener los parámetros que representan el modelo mecánico como el acoplamiento de mecánica y electricidad, a través de las relaciones constitutivas piezoeléctricas, definidas en las ecuaciones (2-1) y (2-2).

A partir de estas primeras investigaciones, la relación de excitación de la base armónica para sistemas de un grado de libertad, estudiadas en las teorías de las vibraciones, se ha empleado en el campo de la recolección de energía por medio de piezoeléctricos.

Sin embargo, a pesar de que este modelo proporciona una visión inicial del problema, representa una aproximación limitada a un solo modo de vibración, careciendo de información relacionada con el modo dinámico y con los efectos provocados en la respuesta eléctrica.

Erturk e Inman (Erturk & Inman, 2008c) demostraron que dicha relación de excitación puede producir resultados inexactos, tanto en las vibraciones

transversales como en las longitudinales en un modelo de pletina en voladizo al incluir en el sistema una masa sísmica puntual. El problema reside en que la contribución de la masa distribuida en la pletina no se tuvo en consideración en el modelo de Roundy, y por ello recibe el nombre de modelo de parámetro agrupado.

En estudios posteriores realizados por Erturk e Inman (Erturk & Inman, 2008c), se definieron diversos factores de corrección del modelo de duToit et al. (duToit, Wardle, & Kim, 2005), con la finalidad de mejorar las predicciones derivadas de las relaciones electromecánicas del modelo de un grado de libertad. Es a partir de estas investigaciones, cuando surge el modelo de parámetros distribuidos.

Para este tipo de modelo, destaca la fórmula de tipo Rayleigh-Ritz, originalmente derivada de Hagood et al. (Hagood, Chung, & Von Flotow, 1990), empleada por Sodano et al. (Sodano, Inman, & Park, 2004) y duToit et al. (duToit, Wardle, & Kim, 2005), en la cual se modela el recolector de energía piezoeléctrica en voladizo basando sus teorías en el modelo de pletina de Euler- Bernoulli.

Dicho estudio, proporciona una discretización del sistema de un grado de libertad, convirtiéndose en una aproximación más precisa. Sin embargo, presenta ciertas deficiencias como la falta de consideración del fenómeno de resonancia y de la expansión modal, o la simplificación realizada en el acoplamiento piezoeléctrico de la pletina relacionada con el amortiguamiento viscoso.

El error reside en que para representar analíticamente las salidas eléctricas, autores como Lu et al. (Lu, Lee, & Lim, 2004), se basaron en los modos de vibración obtenidos de la teoría de Euler-Bernoulli y en las relaciones constitutivas piezoeléctricas (IEEE, 1987).

Por otra parte, representar el acoplamiento piezoeléctrico en la ecuación de la pletina mediante amortiguamiento viscoso genera errores en la predicción dinámica del recolector, aunque dicha aproximación es adecuada en ciertos casos de recolectores electromagnéticos como en las investigaciones de Williams y Yates (Williams & Gates, 1996).

La consecuencia principal de omitir el acoplamiento piezoeléctrico en la ecuación mecánica, es la inexactitud ocasionada en la predicción de la carga óptima que provoca la potencia eléctrica máxima del sistema. Además, tampoco permite predecir la variación de las frecuencias de resonancia al modificar dicha carga.

Cabe destacar la multitud de estudios e investigaciones que han aparecido a lo

largo de los años, siendo alguno de ellos engañosos o inexactos debido a los enfoques y simplificaciones que presentan.

Con la finalidad de dar respuesta al problema acoplado de la configuración de un recolector de energía, Erturk e Inman (Erturk & Inman, A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters, 2008a), basándose en las suposiciones de Euler-Bernoulli, obtuvieron en sus estudios la respuesta de voltaje acoplado a través de la carga resistiva y la respuesta de vibración acoplada del recolector para excitaciones de base armónica.

Posteriormente, Elvin y Elvin (Elvin & Elvin, 2008) demostraron la convergencia de la solución de tipo Rayleigh-Ritz, explicada con anterioridad, a la solución proporcionada por Erturk e Inman, al tener en consideración un número suficiente de modos de vibración.

Finalmente, Erturk e Inman (Erturk & Inman, An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting form base excitations, 2008b) extendieron su solución a la configuración bimorfa, es decir, teniendo en consideración dos láminas piezoeléctricas, presentando además validaciones experimentales.

En el tercer capítulo de este escrito, se implementará la solución analítica de Erturk e Inman para el modelo sin acoplamiento de parámetros distribuidos con excitaciones en la base y sin considerar masa sísmica, con la finalidad de obtener una aproximación del comportamiento dinámico para un recolector de energía.

A continuación, se explica cómo se procederá en la modelización de dicho sistema en un programa de Elementos Finitos, con la finalidad de analizar su comportamiento en el capítulo número cuatro.

2.4. Modelo de recolector en ANSYS

Para modelar y simular una lámina piezoeléctrica, se emplea el programa ANSYS.

Se simula un sistema tipo pletina, formado por un material (en este trabajo se

emplea el latón) modelado mediante un elemento SHELL181, acoplado a dos láminas piezoeléctricas definidas en el programa como elementos SOLID5.

Para comenzar, se introducen estos dos tipos de elementos.

- Elemento SHELL181

En primer lugar, hay que señalar que el elemento SHELL181 se utilizará a lo largo de este escrito para la modelización de la pletina de latón. Éste es adecuado para analizar estructuras de cáscara o cubierta delgada pero también moderadamente gruesas (ANSYS, ANSYS Help SHELL181). Posee cuatro nodos con seis grados de libertad cada uno (traslaciones y rotaciones alrededor de los ejes X, Y y Z).

En la figura 2-1 se muestra la geometría, la ubicación de los nodos y el sistema de coordenadas definido para este elemento.

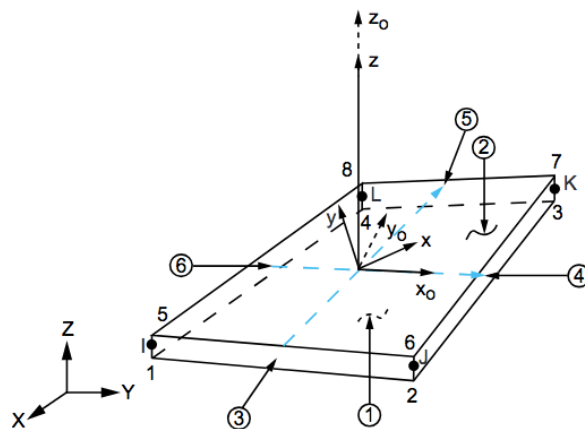


Figura 2-1 – Geometría del elemento SHELL181 de ANSYS. Imagen obtenida del manual del programa (ANSYS, ANSYS Help SHELL181).

Para la definición del elemento, se debe indicar el valor del espesor de la lámina. En ANSYS se introduce mediante el siguiente comando: *SECDATA, valor_espesor*.

Por otro lado, se debe indicar la densidad (Kg/m^3), el coeficiente de Poisson y el módulo de elasticidad (N/m^2) del material empleado.

- Elemento SOLID5

Dicho elemento es adecuado en diversos ámbitos como en campos eléctricos, térmicos, magnéticos, piezoeléctricos y estructurales en tres dimensiones. Posee ocho nodos con seis grados de libertad cada uno de ellos (traslación y rotación en los ejes X, Y y Z). En análisis estructurales y piezoeléctricos, adquiere gran capacidad de desviación y rigidez frente a la tensión (ANSYS, ANSYS Help SOLID5).

A continuación, en la figura 2-2, se observa análogamente al elemento anterior, la geometría, la ubicación de los nodos y el sistema de coordenadas para el elemento SOLID5.

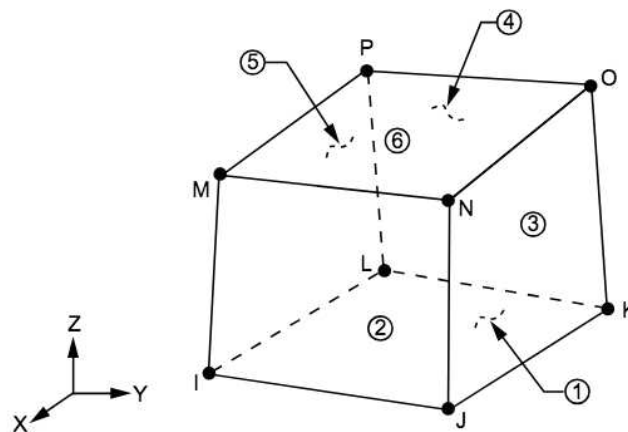


Figura 2-2 – Configuración y geometría del elemento SOLID5 de ANSYS. Imagen extraída del manual del programa (ANSYS, ANSYS Help SOLID5).

La elección de emplear un elemento SOLID en lugar de un SHELL, reside en que éste último no permite incluir el efecto piezoeléctrico.

Las propiedades a definir en el elemento tipo SOLID5 para que funcione como un material piezoeléctrico, son:

- Densidad del material (Kg/m^3).
- Matriz de permitividad (en forma $\varepsilon/\varepsilon_0$).
- Matriz de carga piezoeléctrica (d).

- Matriz de compliancia (s).

Dichas matrices tienen la siguiente configuración:

$$\frac{\varepsilon^T}{\varepsilon_0} = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{11} & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

$$s^E = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11}-s_{12}) \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

Es fundamental el procedimiento a seguir cuando se introducen estas matrices en el programa, ya que dependiendo de ello se definirá una dirección de polarización u otra.

Precedentemente a la explicación de la polarización en el material piezoeléctrico, se deben comprender los cuatro efectos principales que afectan a un sistema

piezoelectrico: efecto voltaico, gravitatorio, geométrico y polarización.

Los efectos tratados en este escrito serán el primero y el último, ya que la geometría se considera impuesta al basarse el análisis en un ejemplo concreto (Kim, Tadesse, & Priya, 2008).

En la figura 2-3 se muestra la idea del modelo de recolector que se pretende realizar en este trabajo. Se tienen dos láminas piezoeléctricas paralelas al plano XZ y, entre ambas, un material de otra naturaleza (en color amarillo).

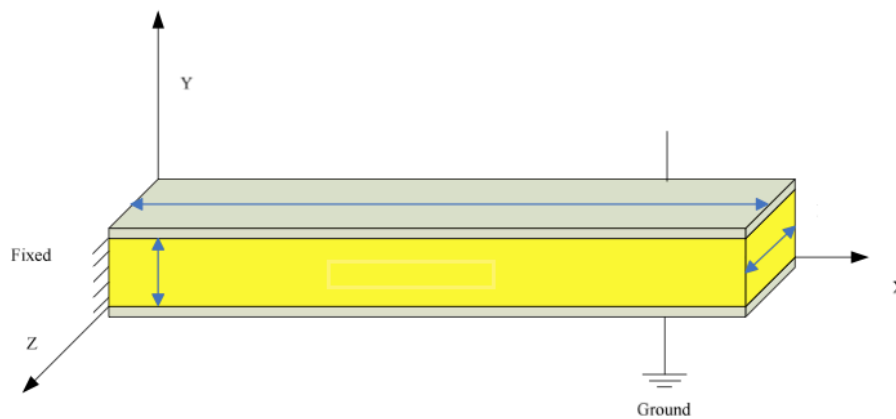


Figura 2-3 – Modelo de dos láminas piezoeléctricas entre un material diferente, en voladizo, empotrada en $X=0$ y perpendicular al eje Y. La imagen se obtiene de la referencia (Po-Shiun, 2006).

Se procede, por tanto, a explicar los dos efectos mencionados con anterioridad:

- Efecto voltaico

En la figura 2-4, se muestra cómo sería la configuración del circuito eléctrico con piezoelectricidad.

Las pletinas funcionan como electrodos, cuya definición es: extremo de un conductor en contacto con un medio, al que lleva o del que recibe una corriente eléctrica.

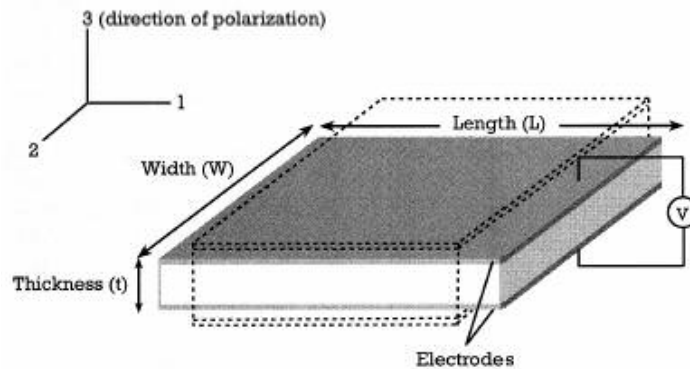


Figura 2-4 – Ejemplo de configuración con pletinas piezoeléctricas, donde se observa la conexión con el circuito eléctrico. Imagen extraída de la tesis realizada por Chen (Po-Shiun, 2006).

Modificando el valor de V , es decir, de la diferencia de potencial, se analizará el comportamiento del recolector.

Diversos estudios (Po-Shiun, 2006) han llegado a la conclusión de que un incremento en el voltaje aplicado al sistema produce un mayor desplazamiento de la pletina e incrementa la tensión, con una variación de tipo lineal. Esto constituye una propiedad básica en los cerámicos piezoeléctricos.

Cuando se modelice el recolector de energía en el apartado 4.3 de este trabajo, se estudiará el efecto que provoca en la pletina una variación en la diferencia de potencial. Además, se analizará el comportamiento del sistema cuando no se aplica dicho voltaje, y tras realizar un cortocircuito.

- Efecto de la polarización

La polarización eléctrica es el campo vectorial que expresa la densidad de los momentos eléctricos dipolares permanentes o inducidos en un material dieléctrico. Polarizar es el efecto de orientar en dos direcciones contrapuestas.

En la figura 2-5 se observa, a la izquierda, un grupo de moléculas distribuidas al azar, sin orden, ya que no están polarizadas. Posteriormente, a la derecha, se advierte cómo dichas moléculas se alinean y se orientan en una determinada

posición al acercar, por ejemplo, una carga positiva.

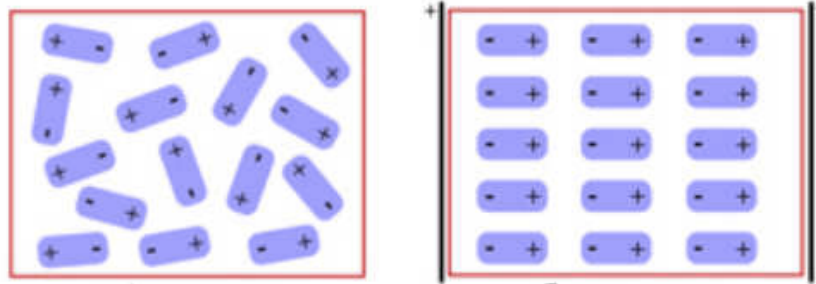


Figura 2-5 – Ejemplo de polarización en moléculas. Figura extraída de la referencia (Aragonesa).

Originalmente, en una pletina, el voltaje se aplica a lo largo de la dirección de polarización. Cuando las direcciones de polarización y voltaje coinciden, la estructura se contraerá o se expandirá, dependiendo del sentido de aplicación.

Para visualizar este comportamiento, se realizó un modelo en ANSYS siguiendo el ejemplo de la figura 2-3. Se definirá, en ese caso, la dirección de polarización a lo largo del eje Y.

Retomando el modo de introducir las propiedades en ANSYS, para la dirección de polarización deseada sólo se modifica la forma de la matriz (2-6) descrita anteriormente, quedando del siguiente modo:

$$d = \begin{bmatrix} 0 & d_{31} & 0 \\ 0 & d_{33} & 0 \\ 0 & d_{31} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{15} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

El orden de entrada respecto al sistema de coordenadas en ANSYS es [x, y, z, xy, yz, xz].

Para el piezoeléctrico seleccionado, el PZT-5H, se definen sus propiedades sobre las matrices (2-4), (2-5) y (2-7). Los valores de sus constantes son los siguientes:

$$s = \begin{bmatrix} 16.5 & -8.45 & -4.78 & 0 & 0 & 0 \\ -8.45 & 20.7 & -8.45 & 0 & 0 & 0 \\ -4.78 & -8.45 & 16.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 43.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 43.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 42.56 \end{bmatrix} \cdot 10^{-12} \quad (2-8)$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 & -2.74 & 0 \\ 0 & 5.93 & 0 \\ 0 & -2.74 & 0 \\ 7.41 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.41 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-10} \quad (2-9)$$

$$K = \begin{bmatrix} 3130 & 0 & 0 \\ 0 & 3400 & 0 \\ 0 & 0 & 3130 \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

Los comandos para introducir dichos valores en ANSYS, en la dirección especificada y según el modelo de la figura 2-3, se recogen en el apartado 8.5 del anexo.

Por otro lado, la densidad del material es de 7500 Kg/m³.

Una vez introducidas todas las propiedades, se define la geometría de la lámina y se realiza el mallado.

Para la geometría, como se ha indicado con anterioridad, se emplean los datos de un ensayo. Las medidas son las siguientes, teniendo en cuenta que tanto la lámina de platón como la de PZT-5H tienen la misma superficie de acoplamiento:

- Largo: 50.8 mm.
- Ancho: 31.8 mm.
- Espesor pletina de latón: 0.14 mm.
- Espesor pletina piezoeléctrica: 0.26 mm.

Para realizar el mallado del sistema, se emplea el comando *SMRTSIZE,1* de forma que ANSYS divide automáticamente la geometría definida de la óptima forma posible.

En la figura 2-6 se muestra tanto la geometría del modelo como la malla que proporciona el programa.

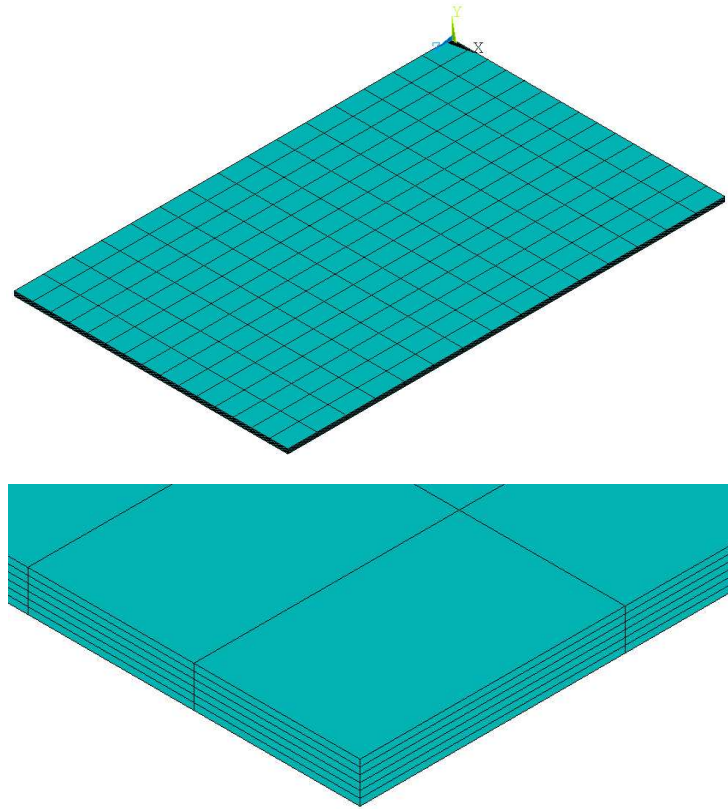


Figura 2-6 – Geometría y malla del modelo en ANSYS de las láminas de PZT-5H acopladas a la pletina de latón. Vista general y detalle.

El siguiente paso consiste en definir las condiciones de contorno en voltaje.

Para el modelo de la figura 2-3, se definen tres condiciones: una en la lámina piezoeléctrica superior, otra en la inferior y la última en el material intermedio. Aparecerá así, una diferencia de potencial en el eje Y entre la capa superior y la inferior, dependiendo del signo definido. El comando empleado para estas condiciones en voltaje es: *CP,,VOLT*, para indicar que la superficie será un electrodo

que tendrá el mismo voltaje a lo largo de su área, y $D, nombre_superficie, VOLT, valor_voltaje$ para definir el valor del voltaje en la superficie seleccionada.

De ese modo, se selecciona la superficie superior de la lámina situada por encima de la pletina de latón y se define un voltaje positivo. Para la superficie inferior de la lámina situada por debajo, se define igualmente un voltaje positivo. Por ejemplo, un valor unidad para ambas áreas.

A continuación, para la pletina intermedia se define un voltaje nulo, de esa forma las superficies exteriores del sistema serán electrodos positivos, y la interior negativa.

En las imágenes de la figura 2-7 se muestra un ejemplo para configuración unimorfa y bimorfa. En este caso, en la bimorfa se tienen dos superficies intermedias, y por ello varía la conexión de la resistencia.

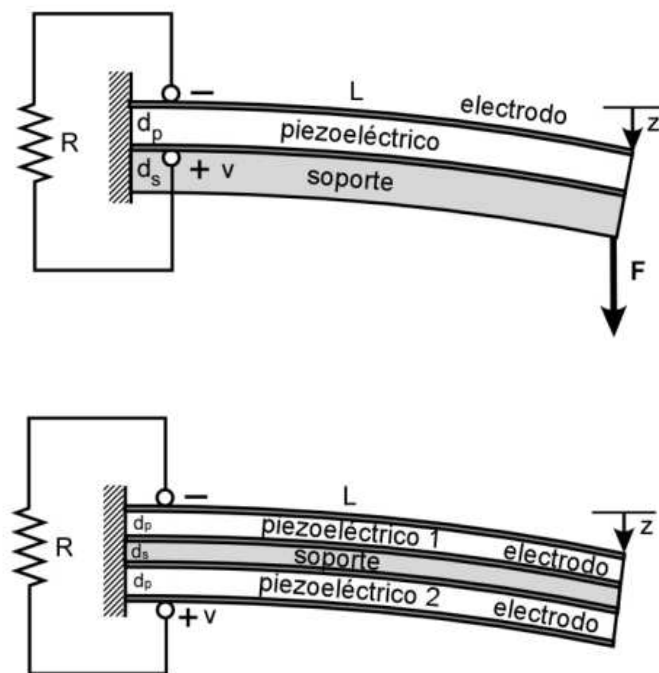


Figura 2-7 – Ejemplo de configuración unimorfa y bimorfa: soporte, láminas piezoeléctricas, definición de electrodos y conexión eléctrica. Imagen obtenida de la referencia (González Díaz, 2017).

Tras definir las propiedades y las condiciones de contorno, ya estaría completo el modelo del recolector de energía y, por tanto, se procedería a estudiar el sistema con los análisis correspondientes.

Para finalizar este capítulo, se modela en ANSYS una pequeña pletina piezocerámica para comprobar que el comportamiento de su deformada al variar el sentido de la dirección de polarización y la diferencia de potencial se corresponde con la teoría expuesta anteriormente.

Para llevarlo a cabo, se utiliza el mismo código que para el modelo del recolector, sin embargo, sólo se actúa sobre una de las pletinas piezoeléctricas. Es decir, se modela simplemente una lámina de tipo SOLID5.

Aplicando una diferencia de potencial, en este caso definida como 1 V, en una dirección determinada, se procede a representar la deformada tras un análisis estático. La dirección de polarización, como se ha comentado, es positiva en el eje Y.

En primer lugar, se realiza para sentidos opuestos de la dirección de polarización y la diferencia de potencial.

Para ello, se define un voltaje igual a 1 V en la cara inferior de la pletina, y de 0 V en la superior, obteniéndose una expansión de la pletina.

En la figura 2-8 se observa el contorno de la pletina indeformada, y el alargamiento que sufre tras ejecutar el análisis estático.



Figura 2-8 – Efecto sobre la pletina piezocerámica cuando la dirección de polarización y la diferencia de potencial tienen sentido opuesto: la pletina se expande. Vista de perfil en detalle, con la deformada e indeformada.

A continuación, en la figura 2-9, se representa lo contrario. Se define el voltaje a la inversa para así conseguir que ambas direcciones tengan el mismo sentido. En este caso, se obtiene una contracción de la pletina:



Figura 2-9 – Efecto sobre pletina piezocerámica cuando la dirección de polarización y la diferencia de potencial tienen el mismo sentido: la pletina se contrae. Vista de perfil en detalle, con la deformada e indeformada.

Para finalizar, si acoplamos las láminas de las figuras 2-8 y 2-9, se obtendrá un sistema con dos pletinas de mismas propiedades y geometría, pero con direcciones de polarización y diferencia de potencial opuestas. De esta forma, se obtiene un comportamiento como el de la figura 2-10 en el que el sistema sufre una flexión debido a que la pletina superior se expande y la inferior se contrae:

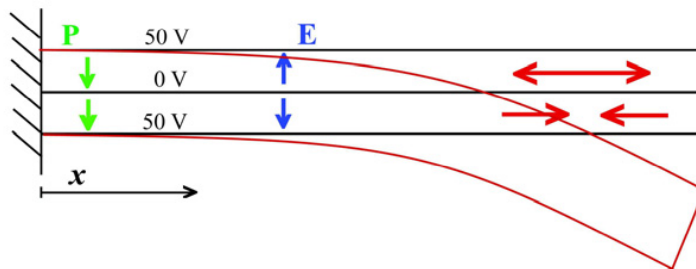


Figura 2-10 – Esquema del efecto sobre pletina con dos capas piezocerámicas con misma dirección de polarización, y opuesta de potencial. Imagen obtenida de la tesis de Chen (Po-Shiun, 2006).

Para corroborar este comportamiento, al igual que para el caso de la lámina PZT aislada, se modela en ANSYS un sistema formado por una pletina de latón (con el elemento SHELL181 indicado anteriormente) y las dos láminas piezoeléctricas de las figuras 2-8 y 2-9.

Para la aleación de cobre y zinc, se define una densidad de 9000 Kg/m³.

El resultado obtenido es mostrado en la imagen 2-11, donde se comprueba que, efectivamente, el modelo sufre una flexión.

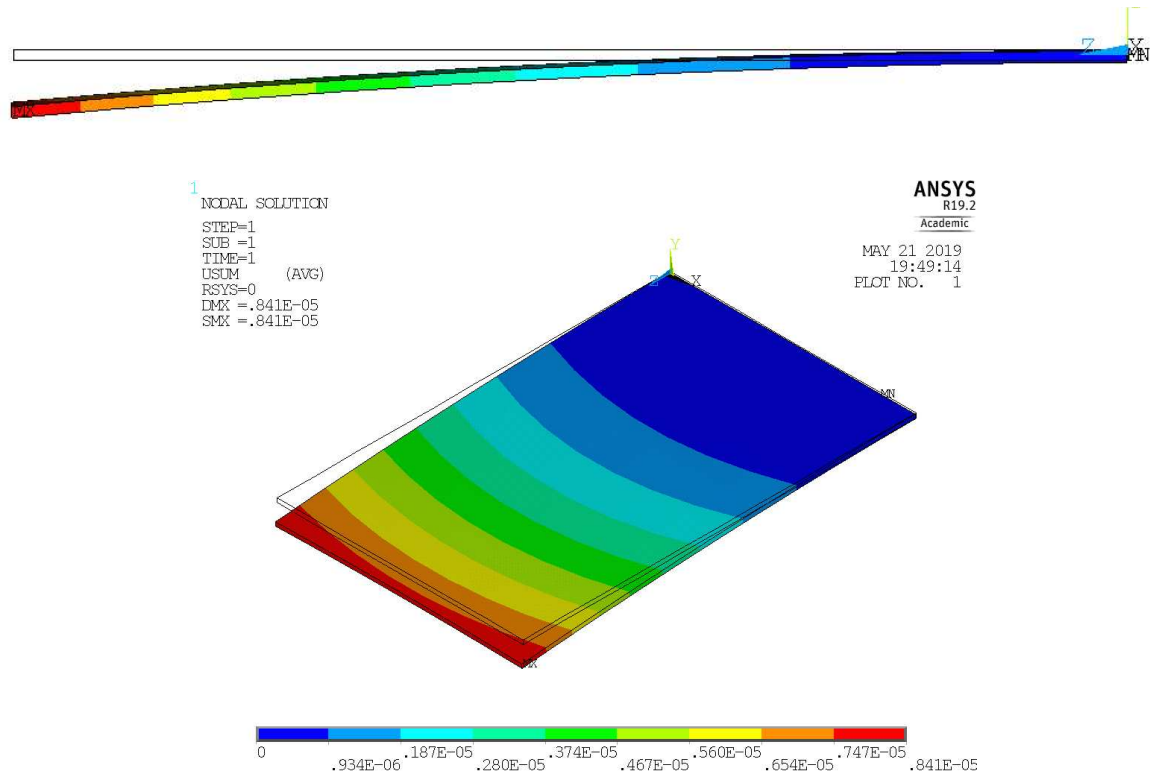


Figura 2-11 – Efecto sobre la pletina con dos capas de PZT-5H, cuando en la inferior la dirección de polarización y la diferencia de potencial tienen el mismo sentido y en la superior tienen sentidos opuestos.

En el análisis que se realizará en el capítulo 4 de este escrito, se procederá a analizar este mismo sistema de pletina de latón que tiene acoplada en la cara inferior y superior, una lámina de material PZT-5H. Siendo la información aquí descrita de gran utilidad, ya que es la base de todo este proyecto.

Empleando este modelo para el recolector de energía, se realizarán los análisis correspondientes buscando las respuestas a las preguntas planteadas.

3. COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN RECOLECTOR DE ENERGÍA

Tras exponer los modelos analíticos para el recolector de energía, se procede a implementar las ecuaciones empleadas por Erturk e Inman en sus investigaciones, con la finalidad de dar respuesta al comportamiento dinámico del sistema.

Para resolver dichas ecuaciones, se utiliza el programa MATLAB.

En primer lugar, se resuelve un sistema de un grado de libertad (Stephen, 2006) para determinar la respuesta frente una excitación armónica.

A continuación, se resuelven las ecuaciones de Erturk e Inman para un modelo sin acoplamiento piezoeléctrico del sistema de parámetros distribuidos, con el fin de obtener una primera aproximación de la modelización de un recolector de energía.

En el capítulo 4, y tomando la solución analítica anterior como base, se compararán diversos sistemas (viga, pletina sin acoplamiento, pletina con configuración bimorfa...) modelados mediante el Método de los Elementos Finitos.

3.1. Sistema de un grado de libertad

Para comenzar a resolver el modelo de un grado de libertad, como se ha indicado en la parte teórica, la referencia principal corresponde a la ecuación de movimiento del sistema, proporcionada por la teoría de las vibraciones, al excitar al sistema mediante una oscilación armónica. Además, a partir de ella, se puede definir la potencia.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \cdot \sin(\omega t) \quad (3-1)$$

$$m\ddot{x} \dot{x} + c(\dot{x})^2 + kx\dot{x} = \dot{x} \cdot F \cdot \sin(\omega t) \equiv \text{Potencia} = P$$

m corresponde a la masa del sistema, c es su amortiguamiento, k su rigidez, F la amplitud de la fuerza de excitación, x la posición, \dot{x} la velocidad y \ddot{x} la aceleración.

La potencia instantánea del sistema es igual a la instantánea disipada y/o absorbida por el amortiguador más la variación de la suma de energía cinética y energía elástica, lo define el teorema de la conservación de potencia:

$$P = c(\dot{x})^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \right) \quad (3-2)$$

Definiendo la respuesta en régimen permanente como:

$$x = X \cdot \sin(\omega t - \phi) \quad (3-3)$$

$$\text{donde } X = \frac{F}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (c\omega)^2}}$$

Y conociendo que potencia instantánea absorbida por el amortiguador es:

$$P_{inst} = c(\dot{x})^2 \quad (3-4)$$

Se deriva la ecuación (3-3) y se sustituye en la anterior:

$$P_{inst} = c\omega^2 X^2 \cos^2(\omega t - \phi) \quad (3-5)$$

Por otro lado, definiendo la energía recolectada en el ciclo de carga como la integral de la potencia instantánea, se obtiene lo siguiente:

$$E_{ciclo \text{ carga}} = \int_0^{T=\frac{2\pi}{\omega}} P_{inst} dt = c\omega^2 X^2 \int_0^T \cos^2(\omega t - \phi) dt = \pi\omega cX^2 \quad (3-6)$$

La potencia media corresponde a la energía del ciclo de carga dividida por el periodo, que será $\frac{2\pi}{\omega}$:

$$P_{media} = \frac{E}{T} = \frac{\pi \omega c X^2}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{c \omega^2 X^2}{2} \quad (3-7)$$

Sustituyendo la expresión de la amplitud descrita en la ecuación (3-3), resulta:

$$P_{media} = \frac{c \omega^2 F^2}{2[(k - \omega^2 m)^2 + (c \omega)^2]} \quad (3-8)$$

Sustituyendo en régimen permanente, y suponiendo una excitación exponencial y no armónica:

$$(-w^2 \cdot m + i \cdot w \cdot c + k) \cdot Z = -w^2 \cdot Y \quad (3-9)$$

Reorganizando y agrupando términos:

$$(-w^2 + i \cdot 2 \cdot \zeta \cdot w_n \cdot w + w_n^2) \cdot Z = -w^2 \cdot Y \quad (3-10)$$

donde ζ es el factor de amortiguamiento.

Por lo tanto, la respuesta del sistema respecto a una excitación se define como:

$$\frac{Z}{Y} = \frac{-w^2}{(-w^2 + i \cdot 2 \cdot \zeta \cdot w_n \cdot w + w_n^2)} \quad (3-11)$$

Definiendo $\beta = \frac{w}{w_n}$ como la relación entre la frecuencia de excitación y la frecuencia natural, y sustituyéndolo en la ecuación anterior, se obtiene D como la relación entre la amplitud de la respuesta dinámica y la estática:

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2 \zeta \beta)^2}} \quad (3-12)$$

En la figura 3-1, se representa D frente a β para distintos valores del factor de amortiguamiento ζ :

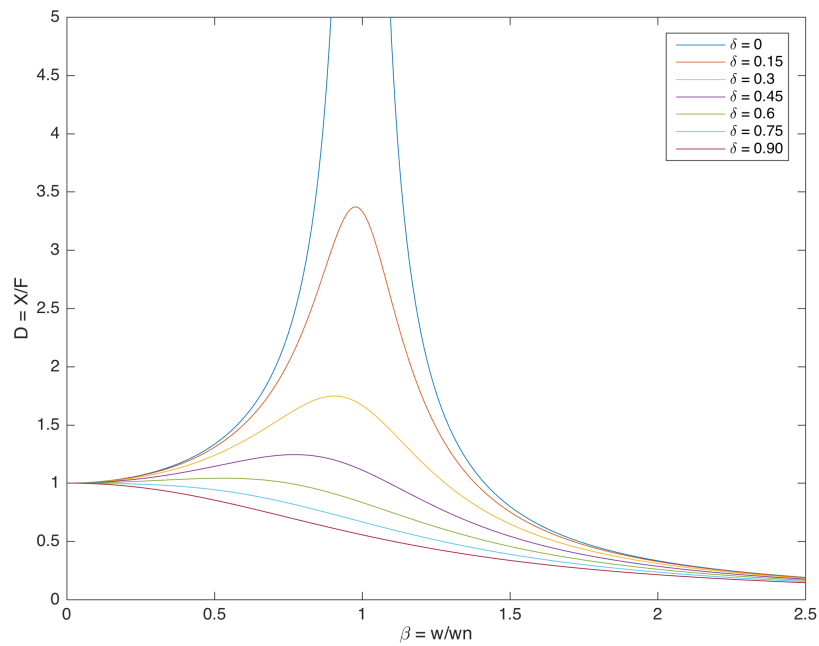


Figura 3-1 – Factor de amplificación dinámica frente a beta (relación entre frecuencia de excitación y frecuencia natural), para diferentes valores de amortiguamiento.

Se observa que cuando el sistema carece de amortiguamiento, el factor de amplificación dinámica tiende a infinito para $\beta = 1$.

A medida que dicho amortiguamiento disminuye, la pendiente de la gráfica también se va reduciendo.

Por otro lado, resulta interesante representar la potencia frente a la frecuencia de excitación. El resultado se muestra en la figura 3-2:

$$P = \frac{\zeta \cdot \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot \beta)^2} \quad (3-13)$$

recordando que $\beta = \frac{w}{w_n}$

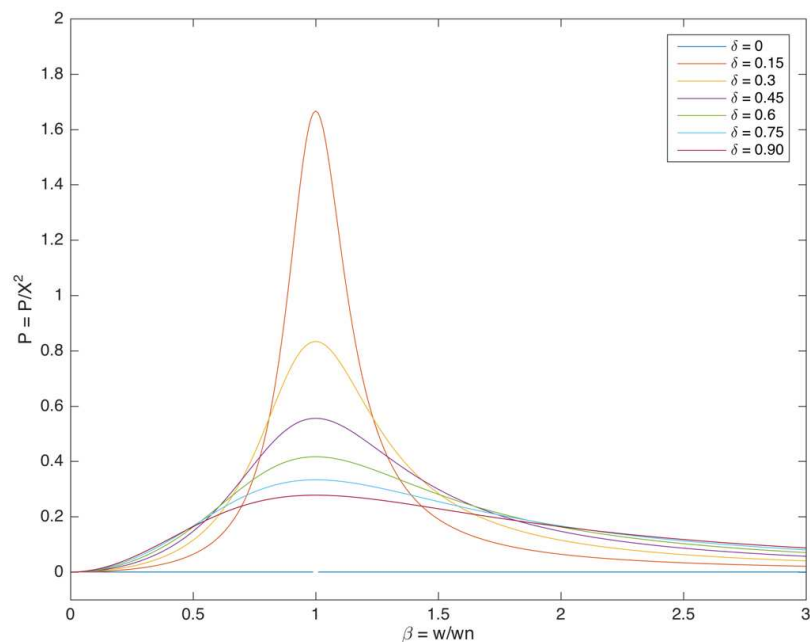


Figura 3-2 – Potencia adimensional frente a beta (relación entre frecuencia de excitación y frecuencia natural), para diferentes valores de amortiguamiento.

Se obtiene un comportamiento similar al de la figura 3-1.

El máximo valor se da para $\beta = 1$ y el mínimo factor de amortiguamiento. Hay que tener en cuenta que, si el valor del factor de amortiguamiento es cero, la gráfica tiende a infinito en $\beta = 1$ y, por lo tanto, se obtendría que el máximo valor corresponde a infinito.

Como conclusión, se comprueba que cuanto menor sea el amortiguamiento del sistema, mayor será la amplitud y la potencia obtenida.

3.2. Solución analítica de una viga en voladizo

Continuando con la investigación de Erturk e Inman, el siguiente paso es relacionar la excitación armónica de la base del recolector con los modos de vibración y la respuesta eléctrica del sistema.

Para entender el sistema propuesto por estos autores, en la figura 3-3 se muestra la configuración básica de un recolector de energía en voladizo, basado en el modelo sin acoplamiento de parámetros distribuidos, y para excitaciones en la base.

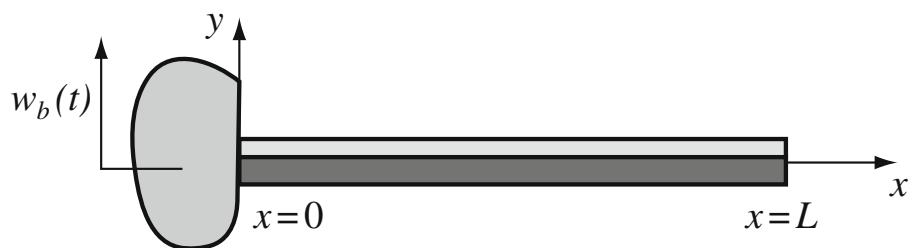


Figura 3-3 –Configuración básica de la viga en voladizo para el modelo sin acoplamiento con parámetro distribuido y vibraciones en la base.

Con el fin de facilitar la comprensión de la nomenclatura y recopilar los datos implementados en este modelo, se muestran las tablas 3-1 y 3-2:

Tabla 3–1 Nomenclatura empleada en el código de MATLAB para la realización del
modelo

| Parámetro | Definición |
|-------------|------------------------------------|
| w_{rel} | Desplazamiento transversal |
| ϕ_r | Modo de vibración |
| η_r | Respuesta modal en rég. permanente |
| m | Masa |
| L | Longitud |
| λ_r | Frecuencia adimensional |
| x | Vector posición |
| ω_r | Frecuencia de natural |
| E | Módulo de elasticidad |
| I | Inercia |
| ω | Frecuencia de excitación |
| c_a | Amortiguamiento del aire |
| ζ_r | Amortiguamiento modal |
| Y_0 | Amplitud |
| t | Tiempo de evaluación |
| c_s | Amortiguamiento estructural |

Tabla 3–2 Valores y unidades empleados en el código de MATLAB para la realización del modelo

| Parámetro | Valor |
|-----------|--|
| L, L_b | $50.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ |
| b | $31.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ |
| h | $0.14 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ |
| ρ_0 | 9000 kg/m^3 |
| E | $105 \cdot 10^9 \text{ Pa (N/m}^2\text{)}$ |
| c_s | 0 |
| c_a | 0 |
| ω | 188 rad/s |
| g^{31} | $0.011 \text{ V}\cdot\text{m/N}$ |
| R_L | 1000 Ohmio (V/A) |
| n_x | 50 |
| N_t | 1000 |
| Y_0 | 1 m |

Para comenzar, se calcula el desplazamiento relativo de la base, al excitar la viga mediante una vibración libre.

$$W_{rel}(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \cdot \eta_r(t) \quad (3-14)$$

donde ϕ_r es el modo de vibración.

El cálculo del modo de vibración se resuelve de la siguiente forma:

$$\phi_r(x) = \sqrt{\frac{1}{mL}} [cosh(\frac{\lambda_r}{L}x) - cos(\frac{\lambda_r}{L}x) - \sigma_r(sinh(\frac{\lambda_r}{L}x) - sin(\frac{\lambda_r}{L}x))] \quad (3-15)$$

donde m (masa) y x (vector de posición entre 0 y L) son datos.

Para su resolución, se definen los parámetros λ_r y σ_r :

λ_r son números de frecuencia adimensionales, obtenidos mediante la siguiente ecuación característica:

$$1 + \cos\lambda \cdot \cosh\lambda = 0 \quad (3-16)$$

Resolviéndola, se logran los valores de sus raíces. A partir de ellas, el parámetro σ_r se calcula como:

$$\sigma_r = \frac{\sinh\lambda_r - \sin\lambda_r}{\cosh\lambda_r + \cos\lambda_r} \quad (3-17)$$

Tras resolver todas las ecuaciones, se representan gráficamente los modos de vibración (ϕ) frente al vector de posición (x) de la barra en la figura 3-4.

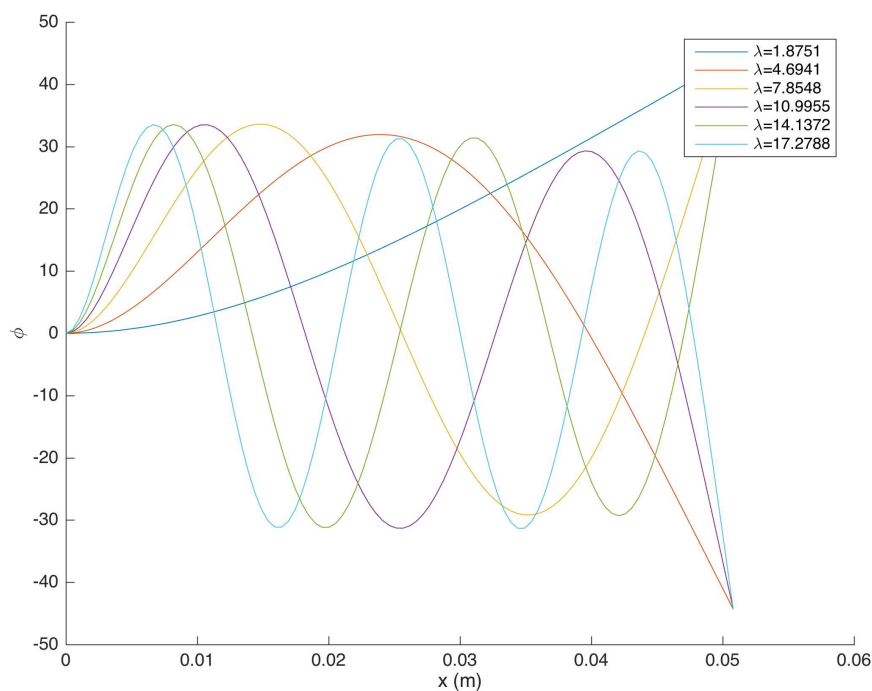


Figura 3-4 – Variación de la función ϕ con el vector posición de la barra, para diferentes valores de frecuencia adimensional (λ); de este modo, se representan los seis primeros modos de vibración de la viga.

De esta forma, habiendo calculado previamente seis raíces de la ecuación (3-16), se visualizan los seis primeros modos de vibración del sistema.

Por otra parte, se define la frecuencia natural como:

$$\omega_r = \lambda_r^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot L^4}} \quad (3-18)$$

donde $E \cdot I$ es la rigidez a flexión (módulo elástico por inercia) y es un dato del problema.

A continuación, se calcula la respuesta modal en régimen permanente del sistema mediante la siguiente ecuación:

$$\eta_r(t) = \frac{m \cdot \omega^2 - j \cdot \omega \cdot c_a}{\omega_r^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot \zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega} \cdot Y_0 \cdot e^{j\omega t} \cdot \int_0^L \phi_r(x) dx \quad (3-19)$$

Se incluyen deben incluir los siguientes datos: ω (frecuencia de excitación), c_a (amortiguamiento del aire), Y_0 (amplitud) y t (tiempo de evaluación).

El valor del amortiguamiento modal ζ_r se define como:

$$\zeta_r = \frac{c_s \cdot E \cdot \omega_r}{2 \cdot E \cdot I} + \frac{c_a}{2 \cdot m \cdot \omega_r} \quad (3-20)$$

Donde c_s es dato y corresponde al amortiguamiento estructural. Éste se define como la capacidad de un sistema para disipar energía cinética en otro tipo de energía.

Por otro lado, c_a es despreciable frente al amortiguamiento estructural. Por otro lado, el factor $\frac{c_s \cdot E \cdot \omega_r}{2 \cdot E \cdot I}$ se tomará igual a 0.05 como simplificación, debido a que el cálculo del amortiguamiento estructural de un sistema no es inmediato.

A continuación, en la figura 3-5, se muestra el desplazamiento transversal (W_{rel}), en el extremo de la viga, adimensionalizado con la amplitud inicial (Y_0) de valor un metro, frente al vector tiempo:

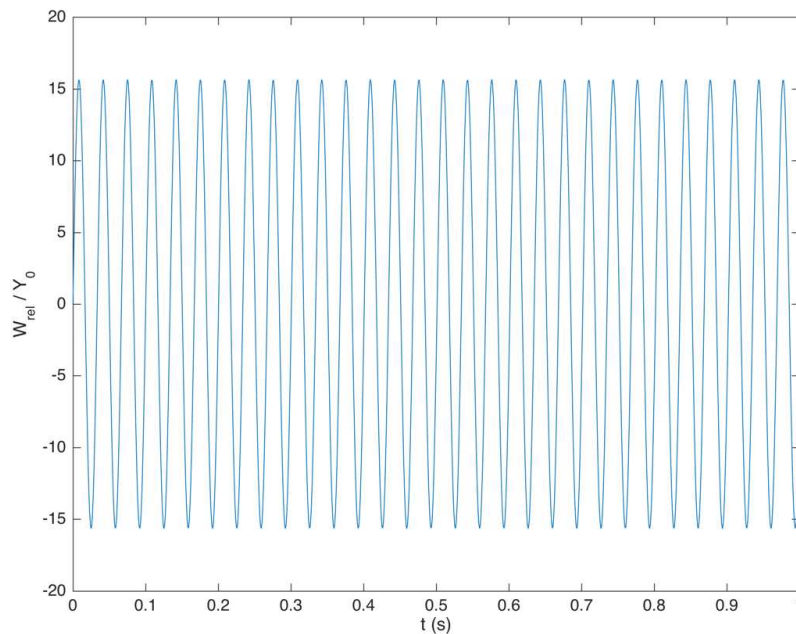


Figura 3-5 – Desplazamiento relativo del extremo de la viga ($x=L$) frente al tiempo, al excitar el sistema con un desplazamiento unidad (en metros) y una frecuencia de excitación de 188 rad/s.

Se observa un comportamiento sinusoidal con una amplitud de onda de aproximadamente 15 m. Esto significa que, para una excitación de un metro, se obtiene una amplitud de 15 metros.

Este resultado tiene como fin mostrar la relación existente entre la excitación inicial y la respuesta provocada en el sistema. Debido a las dimensiones milimétricas de la pletina estudiada, no sería posible alcanzar dicho desplazamiento en el extremo de la viga.

El método citado finalizaría con la ecuación (3-20). Sin embargo, el propósito de implementarlo era dar respuesta al problema eléctrico.

Con tal fin, se define la deformación en la superficie de la viga, a una determinada distancia del empotramiento, calculando la derivada segunda del desplazamiento transversal (3-14). De dicha resolución, se obtiene lo siguiente:

$$\varepsilon = -y \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3-21)$$

En la figura 3-6 se representa la deformación en el extremo de la viga en voladizo, adimensionada con una amplitud inicial (Y_0) de un metro, frente al tiempo:

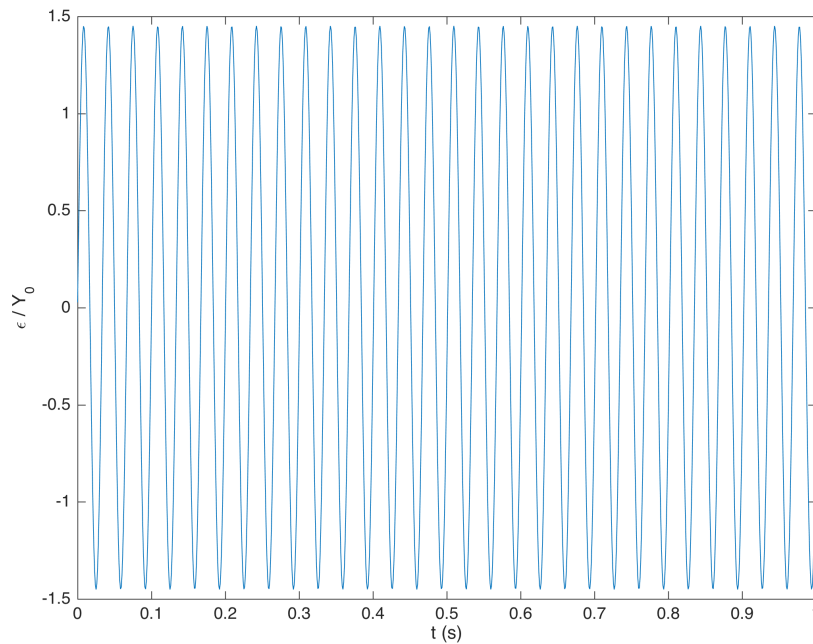


Figura 3-6 – Deformación adimensional del extremo de la viga ($x=L$) frente al tiempo, al excitar el sistema con un desplazamiento unidad (en metros) y una frecuencia de excitación de 188 rad/s.

Análogo al resultado del desplazamiento transversal (figura 3-5), se obtiene un comportamiento de onda sinusoidal. El valor de la deformación en el extremo de la viga es de 1.45 metros, respecto a un desplazamiento de entrada de un metro.

El siguiente paso consiste en definir la tensión en función de la distancia. Mediante la ley de Hooke se obtiene una definición aproximada de ésta.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3-22)$$

donde E es el módulo elástico del material de la viga.

En caso de que la viga tenga acoplada placas piezoeléctricas, el voltaje de salida se estima multiplicando la tensión anterior (3-22), por la constante piezoeléctrica g_{31} y la longitud de la lámina piezocerámica L_b . Se supone, además, que el material es lineal, elástico e isotrópico, con una tensión aplicada en la dirección 1-1, paralela al eje x definido en la figura 3-3.

El voltaje, por consiguiente, será:

$$V = g_{31} \cdot E \cdot \varepsilon \cdot L_b \quad (3-23)$$

Equivalentemente a las gráficas anteriores, en la figura 3-7 se representa la respuesta en voltaje partido por la amplitud inicial de un metro frente al tiempo. La solución corresponde al punto extremo de la viga:

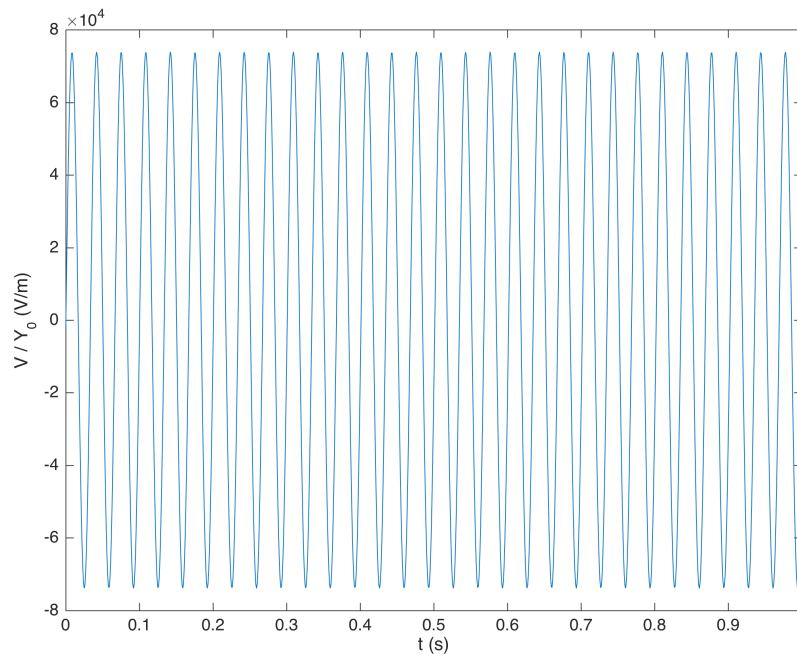


Figura 3-7 – Voltaje partido por amplitud del extremo de la viga ($x=L$) frente al tiempo, al excitar el sistema con un desplazamiento unidad (en metros) y una frecuencia de excitación de 188 rad/s.

Se reitera la onda sinusoidal, obteniendo un voltaje de $7.4 \cdot 10^4$ V al excitar al sistema mediante el procedimiento indicado.

Para finalizar el estudio analítico de la viga en voladizo, se calculará la variación en el voltaje, respecto a una amplitud inicial de un metro, al modificar los valores de la frecuencia de excitación.

Se recuerda que para las operaciones anteriores, dicha frecuencia se ha mantenido constante en 188 rad/s.

En la figura 3-8, se representa la gráfica en escala logarítmica para poder apreciarla con mayor claridad. Concretamente, es de bastante utilidad para visualizar la respuesta en la primera frecuencia natural.

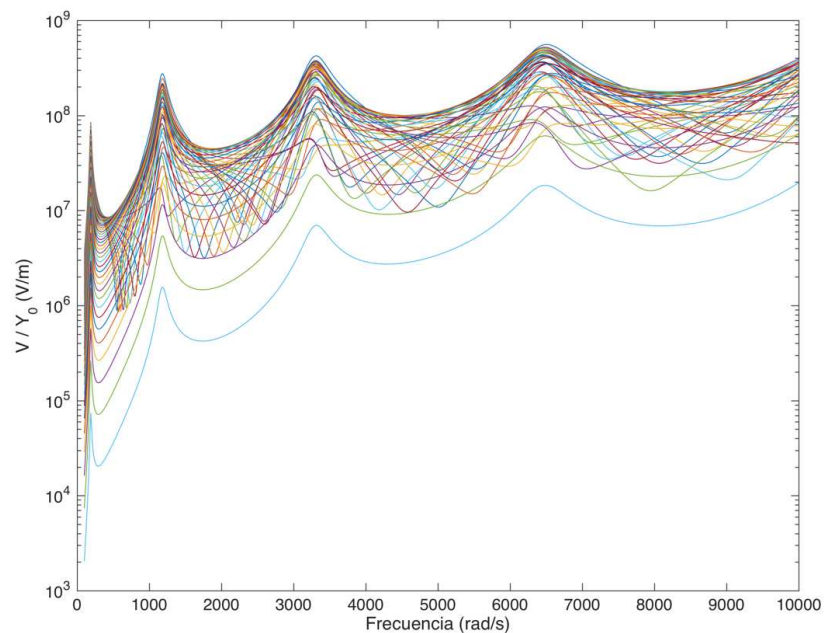


Figura 3-8 – Valores de voltaje partido por amplitud frente a la frecuencia de excitación, al excitar al sistema con un desplazamiento de un metro; en escala logarítmica y para todos los trozos de la viga.

Cada color representa el voltaje frente a la frecuencia de excitación a una distancia concreta del empotramiento. En este caso, se discretiza una viga de L metros en n_x divisiones, mostrándose cada una de esas particiones en un color dispar.

El fragmento más cercano al voladizo (correspondiente a la última división de la viga) es aquel que presenta el menor resultado en voltaje, obteniéndose el más elevado para el primero de ellos. Esto es debido a que el voltaje es directamente proporcional a la deformación, como expone la ecuación (3-23), y ésta se calcula como la pendiente de la viga, la cual será mayor cuanto más cerca del empotramiento se encuentre la partición.

Por otro lado, se advierte que los vértices de la gráfica se producen en las frecuencias naturales del sistema.

A pesar de que en la gráfica 3-8 se visualizan únicamente los picos correspondientes con las cuatro primeras frecuencias naturales, a continuación se enumeran los seis primeros valores de frecuencias:

- 188.0763 rad/s
- 1 178.6542 rad/s
- 3 300.2660 rad/s
- 6 467.2041 rad/s
- 10 690.7518 rad/s
- 15 970.1319 rad/s

Se comprueba que, a medida que la frecuencia de excitación aumenta, el valor del voltaje obtenido también se incrementa para un mismo fragmento de viga.

Para cerrar el capítulo, se recopilan las ideas principales y los resultados obtenidos.

Se ha implementado un modelo basado en la solución analítica elaborada por Erturk e Inman. Concretamente, se emplean las ecuaciones definidas para una viga en voladizo con vibraciones transversales, para el modelo sin acoplamiento de parámetros distribuidos con excitaciones en la base.

Una de las ventajas es obtener una primera aproximación del modelo, de forma sencilla y de manera más precisa a la solución que se obtendría al resolver el modelo de parámetro agrupado, es decir, el sistema de un grado de libertad.

Además, como se indicó en el apartado 2-3, los autores se encargaron de validar este análisis experimentalmente.

La desventaja del método empleado es la no consideración del acoplamiento piezoeléctrico, lo cual provoca inexactitud al predecir la carga óptima.

También cabe señalar que el análisis se implementa en una viga en voladizo uniforme, en la cual no se contempla la incorporación de una masa puntual.

La presencia de dicha masa puntual modificaría las ecuaciones (3-15) y (3-16), además de alterar la excitación, ya que la fuerza es función de la inercia de dicha masa.

Por otra parte, el voltaje se calcula en un punto determinado de la viga, y para un material lineal, elástico e isótropo.

Si el modelo a estudiar cumple estas condiciones, el análisis de Erturk e Inman sería válido. Para sistemas distintos, se deberían consultar otras investigaciones.

Finalmente, en la figura 3-9 se muestra cómo sería la configuración del modelo acoplado de parámetro distribuido considerando masa sísmica en el extremo voladizo. Para ello, se observan tres posibles casos:

- Modelo unimorfo.
- Modelo bimorfo con conexión piezoeléctrica en serie.
- Modelo bimorfo con conexión piezoeléctrica en paralelo.

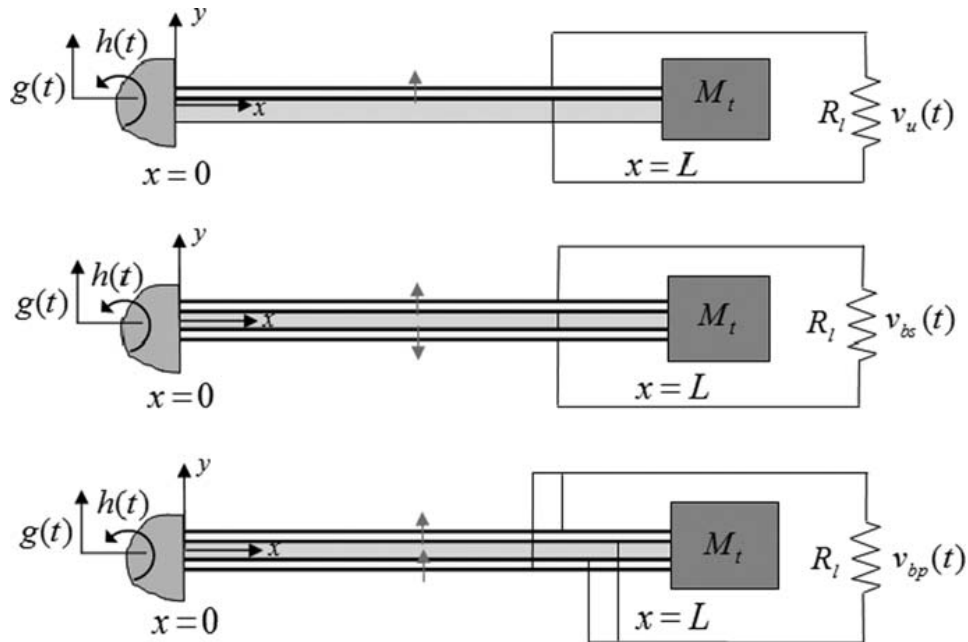


Figura 3-9 – Configuraciones para el modelo acoplado de parámetro distribuido: unimorfa y bimorfa con circuito eléctrico en serie o en paralelo.

En el siguiente capítulo, se pretende realizar un modelo numérico como el segundo: modelo tipo pletina con masa puntual y dos láminas piezoeléctricas.

4. MODELO NUMÉRICO DE UN MICRORECOLECTOR DE ENERGÍA

El objetivo de esta sección es desarrollar un modelo de elementos finitos de un recolector de energía. Las propiedades del modelo son las detalladas en el capítulo anterior. Se utilizará el programa comercial de elementos finitos ANSYS.

En primer lugar, se realizará un análisis modal para obtener tanto las frecuencias naturales como los modos de vibración del sistema. Posteriormente, se estudiarán los resultados obtenidos tras ejecutar un análisis armónico y, finalmente, se modelarán los sistemas tratados añadiendo el material piezoeléctrico.

Para los modelos con ANSYS se compararán dos tipos de elementos:

- BEAM3: cuyos resultados deberán coincidir con el modelo analítico, ya que ambos representan un sistema de viga en voladizo.
- SHELL181: se modela una pletina en dos dimensiones que deberá, en principio, aportar resultados más precisos.

Para comenzar, se estudian los modelos frente a un análisis modal.

4.1. Análisis modal

En primer lugar, antes de comenzar con el modelado, se recuerdan las frecuencias obtenidas en el cálculo analítico:

- $188.0763 \text{ rad/s} \rightarrow 29.9333 \text{ Hz}$
- $1\,178.6542 \text{ rad/s} \rightarrow 187.5886 \text{ Hz}$
- $3\,300.2660 \text{ rad/s} \rightarrow 525.2536 \text{ Hz}$

- 6 467.2041 rad/s \rightarrow 1 029.2875 Hz
- 10 690.7518 rad/s \rightarrow 1 701.4860 Hz
- 15 970.1319 rad/s \rightarrow 2 541.7254 Hz

A continuación, se divide el apartado en tres secciones: análisis de un modelo tipo viga, análisis de un modelo de pletina y finalmente, un sistema formado por pletina y considerando una masa sísmica.

4.1.1. Modelo tipo viga. Comparación con la solución analítica

Se comienza modelando el sistema mediante un elemento BEAM3, para simular una viga en voladizo.

BEAM3 es un elemento uniaxial con capacidades de tensión, compresión y flexión. El elemento posee dos nodos con tres grados de libertad en cada uno: traslaciones en las direcciones X e Y, y rotación alrededor del eje Z (ANSYS, ANSYS Help MASS21).

En la figura 4-1 se observa su geometría.

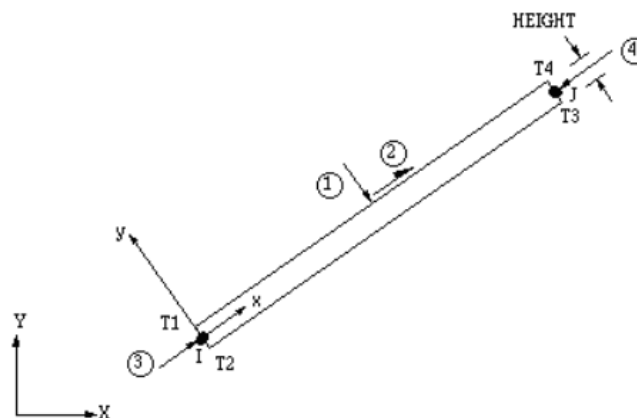


Figura 4-1 – Configuración y geometría del elemento BEAM3 de ANSYS. Imagen extraída del manual del programa (ANSYS, ANSYS Help MASS21).

Los datos por definir son, además de su longitud, el área y la inercia de la sección transversal, el módulo de elasticidad, el coeficiente de Poisson y la densidad del material, que serán las correspondientes al latón.

Una vez realizado el código, mostrado en el anexo 8.1, se realiza un análisis modal para calcular las frecuencias naturales de los diez primeros modos de vibración.

Una consideración fundamental, es que la solución analítica del apartado 3.2, únicamente aporta las frecuencias naturales para los modos de flexión, mientras que el modelo numérico, además de éstas, resuelven los modos de torsión.

A continuación, en la tabla 4-1, se comparan las frecuencias obtenidas en ambos análisis.

Además, se calcula el error entre los dos resultados, tomando como valor exacto el proporcionado por MATLAB en el cálculo analítico. Se emplea la siguiente fórmula en valor absoluto:

$$Error (\%) = \frac{Valor\ exacto - Valor\ aproximado}{Valor\ exacto} \cdot 100 \quad (4-1)$$

Tabla 4-1 Comparativa de frecuencias naturales entre la solución analítica y el modelo numérico con elemento BEAM3, señalando el error entre ambos.

| MODO | SOL. ANALÍTICA (Hz) | MODELO BEAM3 (Hz) | ERROR |
|------|------------------------|----------------------|----------|
| 1 | 29.933 | 29.933 | 0.001 % |
| 2 | 187.59 | 187.59 | 0.0007 % |
| 3 | 525.24 | 525.24 | 0.0026 % |
| 4 | 1 029.2 | 1 029.2 | 0.0085 % |
| 5 | 1 701.4 | 1 701.4 | 0.005 % |
| 6 | 2 541.5 | 2 541.5 | 0.0089 % |

Para las seis primeras frecuencias naturales resultantes de la solución de Erturk e Inman, la solución numérica coincide, obteniéndose un error prácticamente nulo.

A continuación, se compara la forma de los modos de vibración obtenidos.

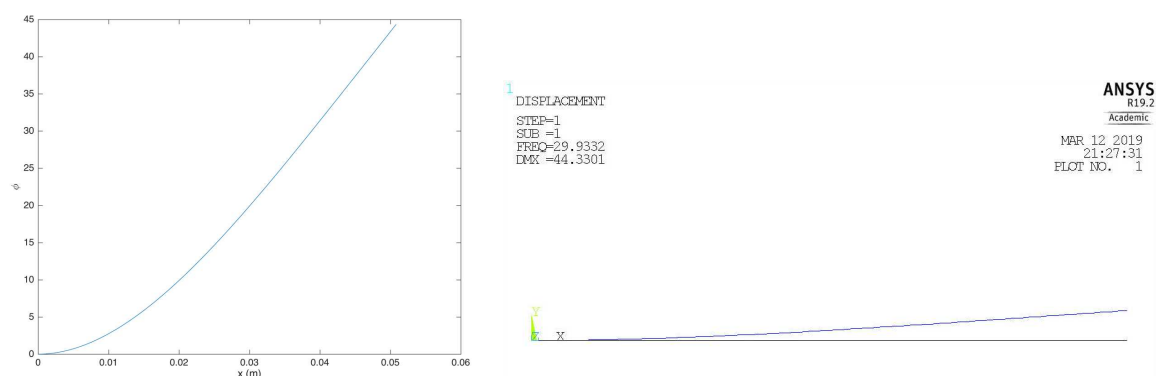


Figura 4-2 – Primer modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS

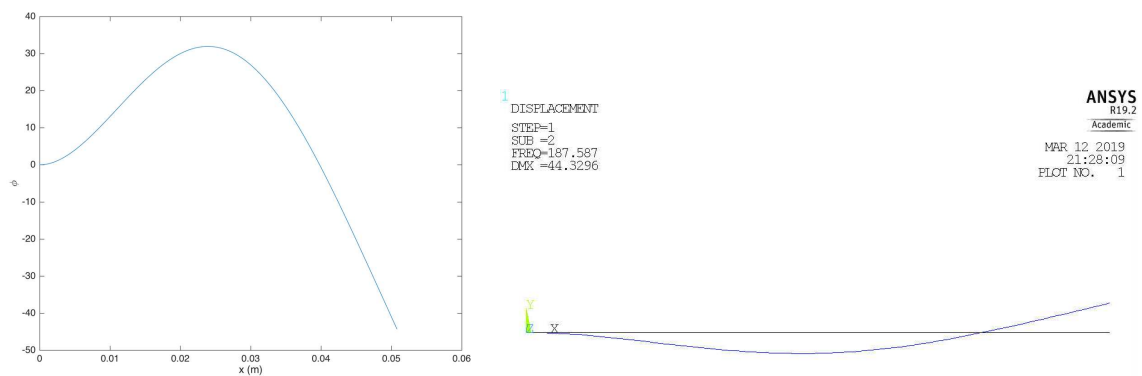


Figura 4-3 – Segundo modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS

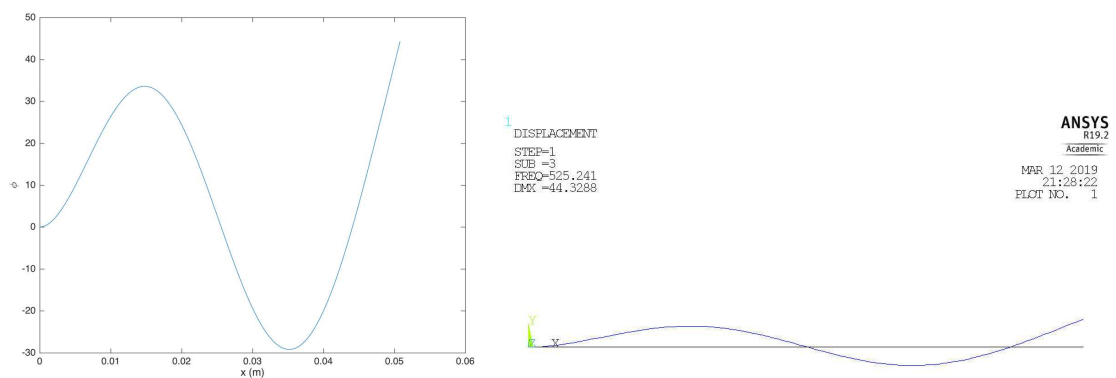


Figura 4-4 – Tercer modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS

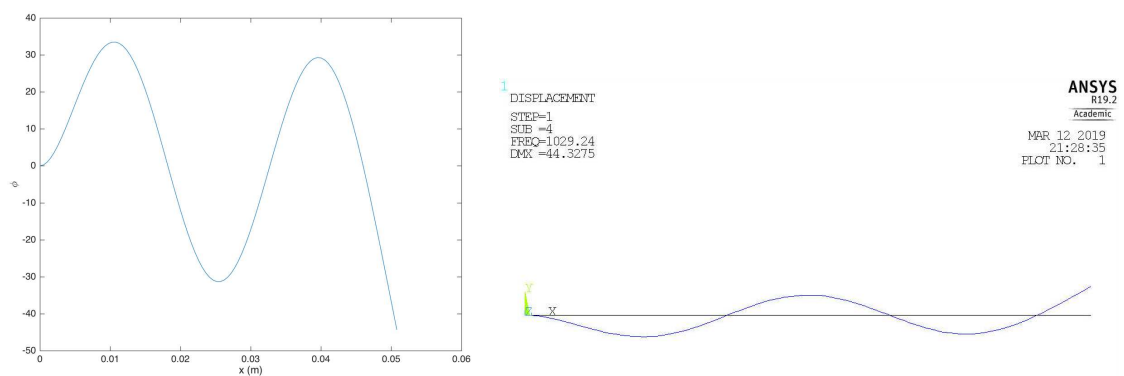


Figura 4-5 – Cuarto modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS

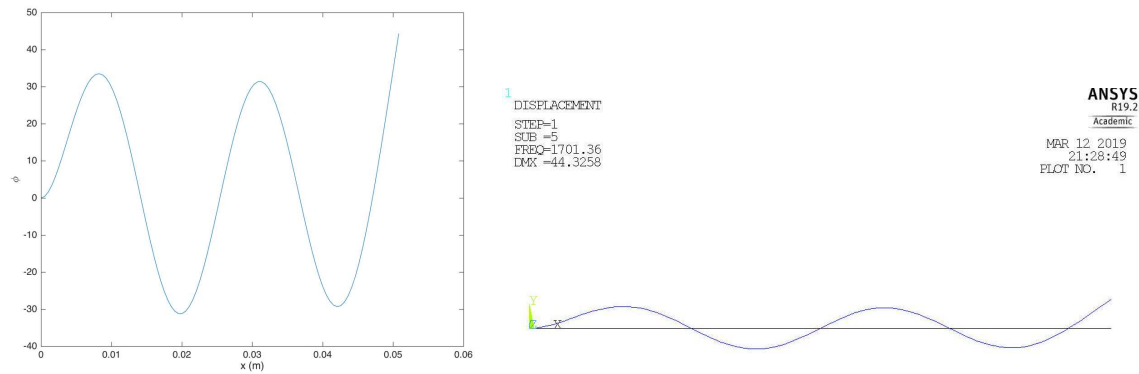


Figura 4-6 – Quinto modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS

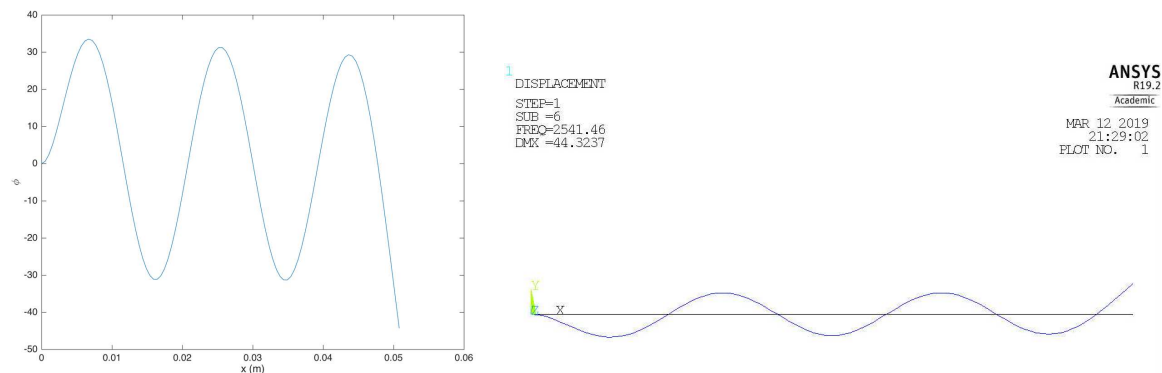


Figura 4-7 – Sexto modo de vibración obtenido de forma analítica y por el modelo BEAM3 de ANSYS

La forma de los modos coincide (el signo es indiferente) y la amplitud es similar.

En ambos casos, las gráficas quedan adimensionalizadas a la matriz de masa, variando la escala a la hora de representarlas.

Los modos se representan de forma equivalente, demostrándose por tanto, que el modelo numérico de un elemento tipo viga se ajusta adecuadamente a la solución analítica.

El siguiente paso, será modelar el sistema descrito en forma de pletina.

4.1.2. Modelo tipo pletina. Comparación con la solución analítica

El modelo numérico se realiza, en este supuesto, empleándose un elemento SHELL181, definido anteriormente en el apartado 2.3.

Tras definir el elemento y las propiedades de la pletina y mallar el modelo, se obtiene el modelo de la figura 4-8. Asimismo, el código se expone en el anexo 8.2.

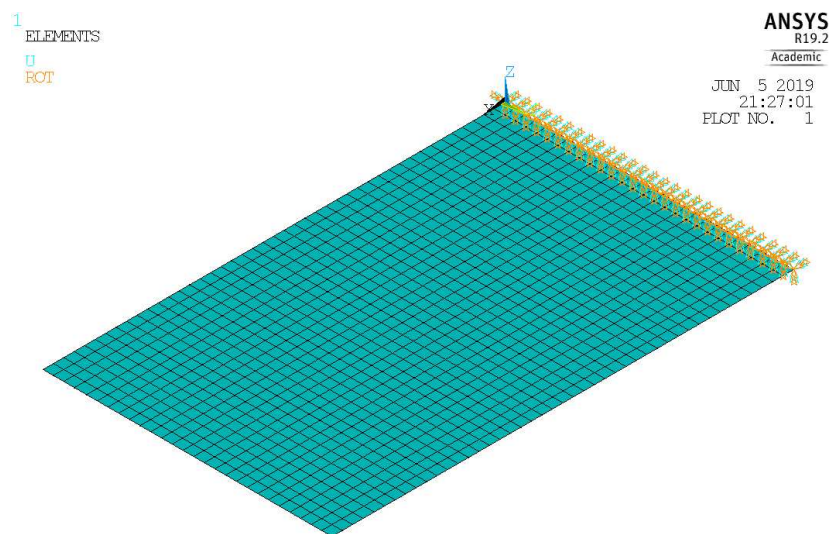


Figura 4-8 -Modelo de pletina en ANSYS empleando un elemento de tipo SHELL181

Se advierte que la malla lograda para la pletina sin acoplamiento es más fina que la obtenida en el sistema acoplado, mostrado en la figura 2-6. Esto se debe a que el mallado se implementa en ANSYS de forma automática, y no manualmente. Es decir, en lugar de introducir un número de divisiones determinado, es el programa el que resuelve el sistema utilizando el mallado óptimo.

Debido a que la geometría y modelo del sistema sin láminas piezoeléctricas es más simple, se logra una malla más fina, lo que no indica que los resultados del modelo con acoplamiento estén distorsionados.

Una vez ejecutado el análisis modal, se obtienen las frecuencias naturales para los diez primeros modos de vibración del sistema. Éstas se listan en la tabla 4-2 a continuación.

Tabla 4–2 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de ANSYS con elemento SHELL181

| MODO | FREQ (Hz) | RATIO | MASA EFECTIVA | FRACCIÓN MASA ACUMULADA |
|----------|---------------|-----------------|---------------------|-------------------------|
| 1 | 31.514 | 1.000 | 0.123740E-02 | 0.677406 |
| 2 | 106.94 | 0.000003 | 0.137684E-13 | 0.677406 |
| 3 | 194.93 | 0.558080 | 0.385392E-03 | 0.888386 |
| 4 | 361.62 | 0.000003 | 0.120898E-13 | 0.888386 |
| 5 | 522.16 | 0.257599 | 0.821103E-04 | 0.933336 |
| 6 | 592.80 | 0.207801 | 0.534324E-04 | 0.962588 |
| 7 | 737.84 | 0.000002 | 0.348807E-14 | 0.962588 |
| 8 | 831.32 | 0.064120 | 0.508736E-05 | 0.965373 |
| 9 | 1 106.8 | 0.226092 | 0.632530E-04 | 1.00000 |
| 10 | 1 272.5 | 0.000114 | 0.160461E-10 | 1.00000 |

Se señalan en la tabla los modos que más masa movilizan, siendo éstos los números 1, 3 y 5. Con ellos se alcanza un 93%, aproximadamente, de masa acumulada.

A continuación, se representan dichos modos y se procede a describir brevemente el comportamiento de la pletina en cada uno de ellos, comparándolos con los resultados obtenidos en el apartado 4.1.1.

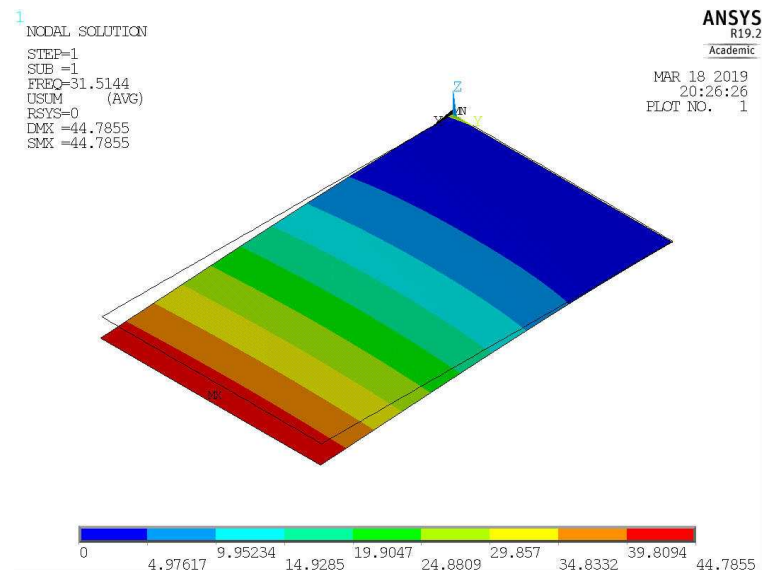


Figura 4-9 - Modo de vibración uno para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181

El primer modo se representa de forma idéntica al mostrado en la figura 4-2, demostrándose de esta forma, que el modelo con elemento SHELL181 se adecúa al cálculo analítico y al modelo tipo viga, para el primer modo de vibración.

Por otro lado, se observa un ligero aumento en la frecuencia natural. En los cálculos anteriores se obtuvieron 29.933 Hz frente a los 31.514 Hz alcanzados con el modelo tipo SHELL181.

Como se ha señalado en ocasiones anteriores, la solución que tomada como correcta es la analítica lograda por Erturk e Inman. Siguiendo con este criterio, es inmediato advertir que los resultados del modelo tipo viga son más cercanos a la solución analítica frente al modelo tipo pletina.

Sin embargo, el modelo con SHELL181, al tener en consideración la geometría del recolector (espesor, largo y ancho), frente al elemento BEAM3 donde únicamente se definía la longitud, sería capaz de asemejarse más fidedignamente al comportamiento de un modelo experimental.

Tras esta reflexión, a continuación, en la figura 4-10, se representa el tercer modo de vibración.

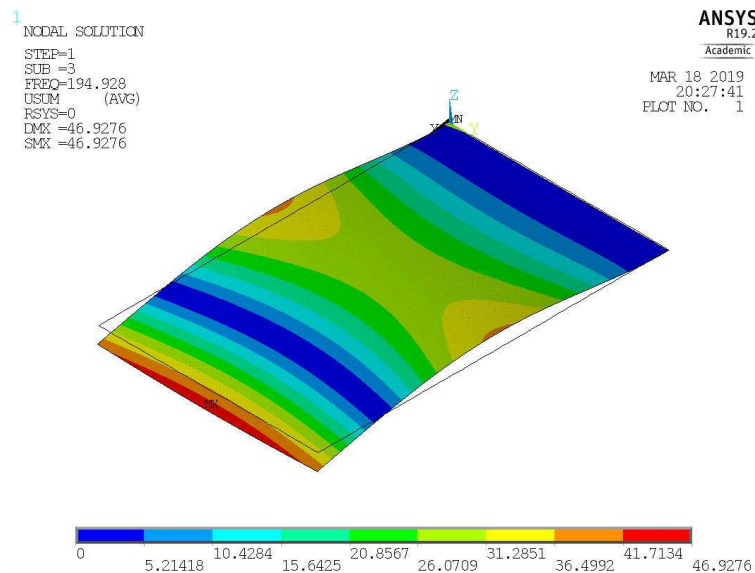


Figura 4-10 - Modo de vibración tres para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181

En esta ocasión, se obtiene un modo de flexión con una frecuencia natural de 194.93 Hz. Su forma se corresponde con el modo número dos del aparatado anterior, donde se obtuvo una frecuencia de 187.59 Hz.

Finalmente, el último modo considerado es el número cinco, mostrado seguidamente en la figura 4-11.

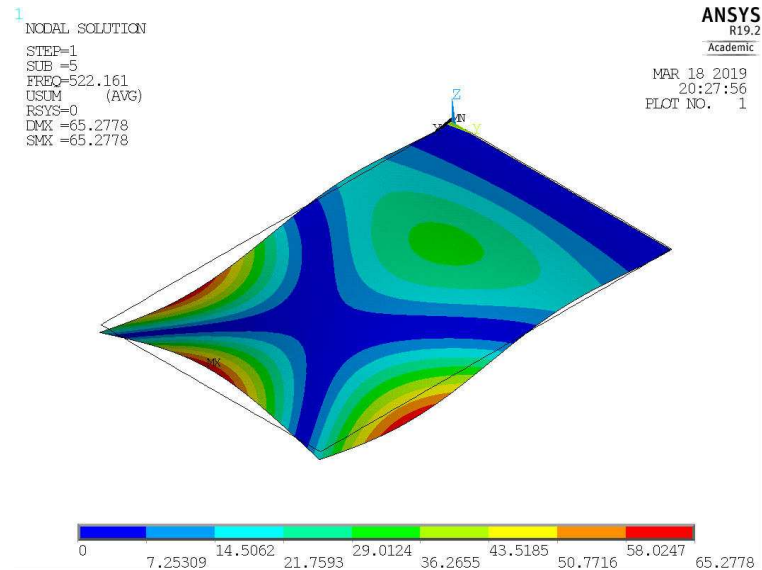


Figura 4-11- Modo de vibración cinco para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181

La forma de este modo se asemeja a la figura 4-4, donde la viga sufría un cambio de curvatura.

Las frecuencias naturales son 522.16 Hz para el caso actual, frente a los 525.24 Hz anteriores.

Por último, en la tabla 4-3 se comparan las frecuencias naturales obtenidas con el modelo tipo pletina resuelto y la solución del cálculo analítico.

Tabla 4-3 Comparativa de frecuencias naturales entre el cálculo analítico con MATLAB y el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181

| SOL. ANALÍTICA (Hz) | MODELO SHELL181 (Hz) |
|---------------------|----------------------|
| 29.9333 (modo 1) | 31.514 (modo 1) |
| 187.5886 (modo 2) | 194.93 (modo 3) |
| 525.2536 (modo 3) | 522.16 (modo 5) |

Como conclusión, señalar que el modelo de la pletina funciona correctamente ya que la solución lograda es similar a la anterior.

En este modelo aparecen nuevos modos de vibración correspondientes a la torsión, lo cual es interesante de analizar debido a que el recolector, en cualquier validación experimental que se realice, estará expuesto a ellos.

Análogamente a las investigaciones mencionadas en el apartado 2.3, el modelo más habitual de recolector incluye, además de láminas piezoeléctricas que aún no se han considerado, una masa puntual.

La finalidad de incluir dicha masa es lograr que el sistema en voladizo vibre con una frecuencia de resonancia diferente, proporcionando una respuesta de voltaje en un rango de frecuencias más amplio. (Erturk & Inman, 2008c). Es decir, el objetivo es lograr que las frecuencias de la tabla 4-2 se reduzcan.

4.1.3. Efecto masa sísmica

Empleando los datos del ejemplo de recolector, la masa sísmica a incluir es de 0.012 kg.

Se estudia qué configuración es la que aporta una mayor amplitud. Las opciones son insertar:

- Una masa puntual situada en el extremo voladizo de la placa y centrada.

- Dos masas puntuales situadas en cada extremo del final de la placa.
- Una masa lineal en el borde voladizo de la placa.

A continuación, se realiza el modelo para cada opción y se analiza su comportamiento mediante los resultados obtenidos para el análisis modal.

4.1.3.1. Modelo con masa puntual centrada

Se emplea el código anterior, pero añadiendo una masa puntual de 0.012 kg modelada mediante un elemento MASS21 en ANSYS.

Éste corresponde a un elemento puntual que posee seis grados de libertad: traslaciones en las direcciones X, Y y Z, y rotaciones. Se define mediante un único nodo y, en el caso del modelo tratado, se debe definir su masa.

En el anexo 8.3, se muestran los códigos empleados en este apartado y en el siguiente, ya que simplemente varía la posición de la masa puntual.

En la figura 4-12 se representa la pletina (idéntica al apartado 4.1.2) incluyendo una masa puntual en el centro del extremo voladizo.

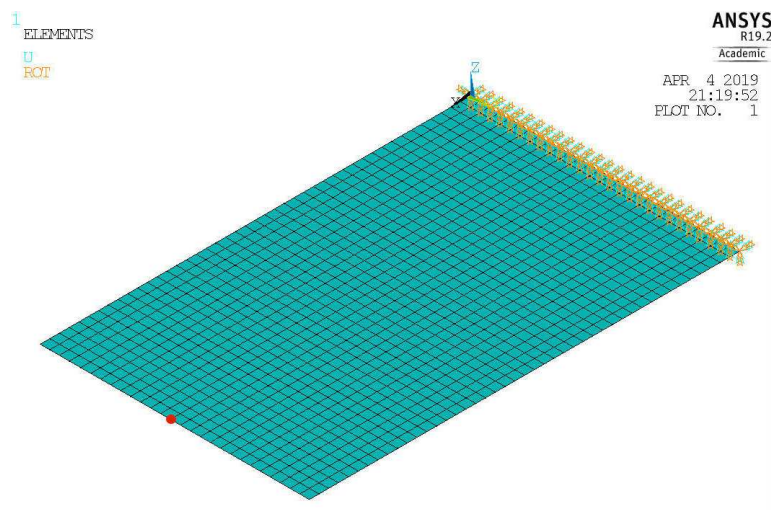


Figura 4-12 -Modelo de pletina en ANSYS empleando un elemento de tipo SHELL181, añadiendo una masa sísmica en el centro del voladizo de tipo MASS21

Tras realizar el análisis modal, se obtienen la siguiente tabla, análoga a la del apartado 4.1.2. Se analizan los modos más contribuyentes para este caso.

Tabla 4-4 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de ANSYS para el elemento SHELL181 con MASS21 centrada

| MODO | FREQ (Hz) | RATIO | MASA EFECTIVA | FRACCIÓN MASA ACUMULADA |
|----------|---------------|-----------------|---------------------|-------------------------|
| 1 | 6.1721 | 1.000000 | 0.130342E-01 | 0.945536 |
| 2 | 106.72 | 0.019324 | 0.486701E-05 | 0.945889 |
| 3 | 129.18 | 0.194781 | 0.494511E-03 | 0.981762 |
| 4 | 348.92 | 0.097850 | 0.124797E-03 | 0.990815 |
| 5 | 363.40 | 0.035738 | 0.166471E-04 | 0.992023 |
| 6 | 592.72 | 0.066506 | 0.576508E-04 | 0.996205 |
| 7 | 714.46 | 0.050373 | 0.330735E-04 | 0.998604 |
| 8 | 739.00 | 0.010762 | 0.150964E-05 | 0.998714 |
| 9 | 1 000.3 | 0.036880 | 0.177282E-04 | 1.00000 |
| 10 | 1 113.9 | 0.000000 | 0.00000 | 1.00000 |

Aunque con el primer modo ya se obtiene un 95% acumulado de masa, se representan tanto dicho modo como el tercero para visualizar los dos primeros modos que más contribuyen, y así tener una mejor idea de cómo afecta la masa sísmica puntual en el centro de la pletina.

El primer modo queda representado en la figura 4-13 con la siguiente configuración.

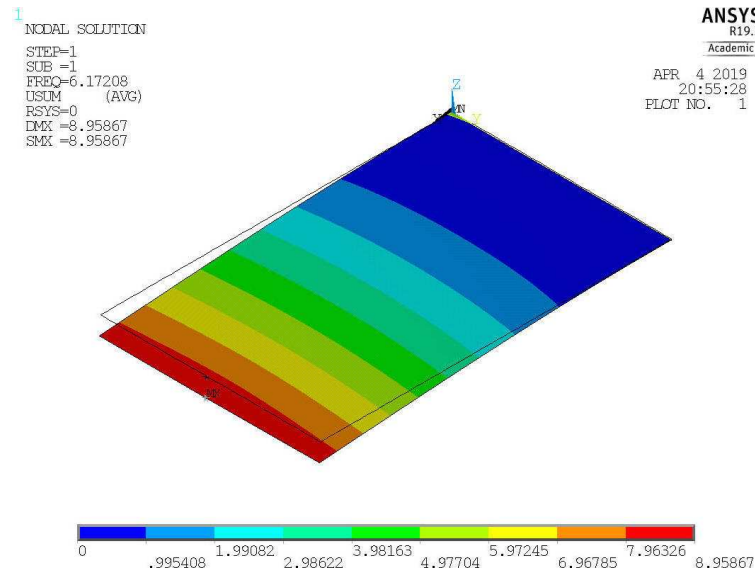


Figura 4-13 - Modo de vibración uno para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con un MASS21 centrado en el extremo del voladizo

Se corrobora que la forma del primer modo de vibración se mantiene, a pesar de colocar una masa sísmica puntual.

Cabe destacar la disminución de la frecuencia natural, que pasa de 31.514 Hz a 6.1721 Hz. Es decir, la masa sísmica hace disminuir dicha frecuencia.

Por otra parte, aunque el modo dos no se iba a representar por no contribuir apenas en la movilización de masa, llama la atención que su frecuencia natural se mantenga en los mismos 106 Hz que en el sistema sin masa sísmica. Se representa seguidamente en la figura 4-14.

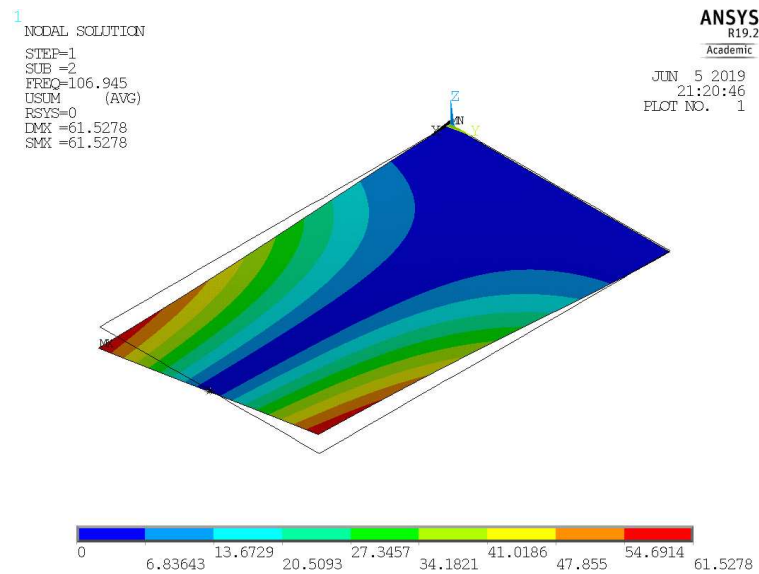


Figura 4-14 - Modo de vibración dos para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con un MASS21 centrado en el extremo del voladizo

Al representar dicho modo, se observa que la masa no se desplaza respecto de la posición indeformada. Por esta cuestión, la aparición del MASS21 no altera la frecuencia natural del sistema.

Por último, se visualizar el tercer modo de vibración.

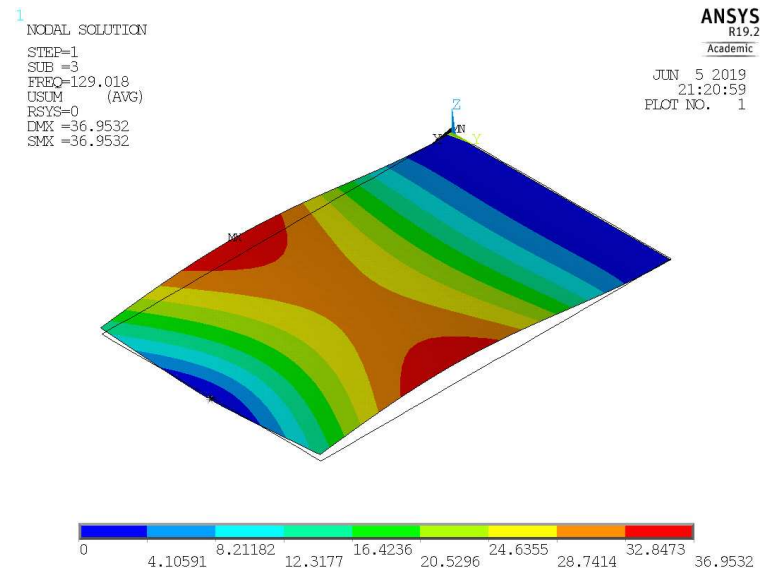


Figura 4-15 - Modo de vibración tres para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con un MASS21 centrado en el extremo del voladizo

En dicho modo, se observa que la masa sísmica provoca que el voladizo apenas se desplace respecto a su posición indeformada, sin embargo, se percibe una disminución en la frecuencia natural: de 194.93 Hz sin masa sísmica a 129.18 Hz en el caso actual.

Como conclusión de este subapartado, destaca la disminución en la frecuencia natural de los modos de vibración que sí movilizan a la masa puntual. La forma de estos modos es similar a las anteriores.

A continuación, se analiza el modelo en el cual la masa puntual se sitúa en los extremos del voladizo.

4.1.3.2. Modelo con masa puntual en los extremos

La siguiente opción consiste en incorporar dos masas puntuales, de 0.006 kg (se distribuye en dos la masa anterior), una en cada extremo del voladizo.

En consecuencia, se estudiará el comportamiento de esta nueva configuración en la pletina, comprobando si los modos vistos con anterioridad sufren variaciones al desplazar la masa puntual.

En la figura 4-16 se muestra el protipo empleado en el ensayo sobre el cual se basa el modelo de recolector, junto con la modelización realizada mediante ANSYS..

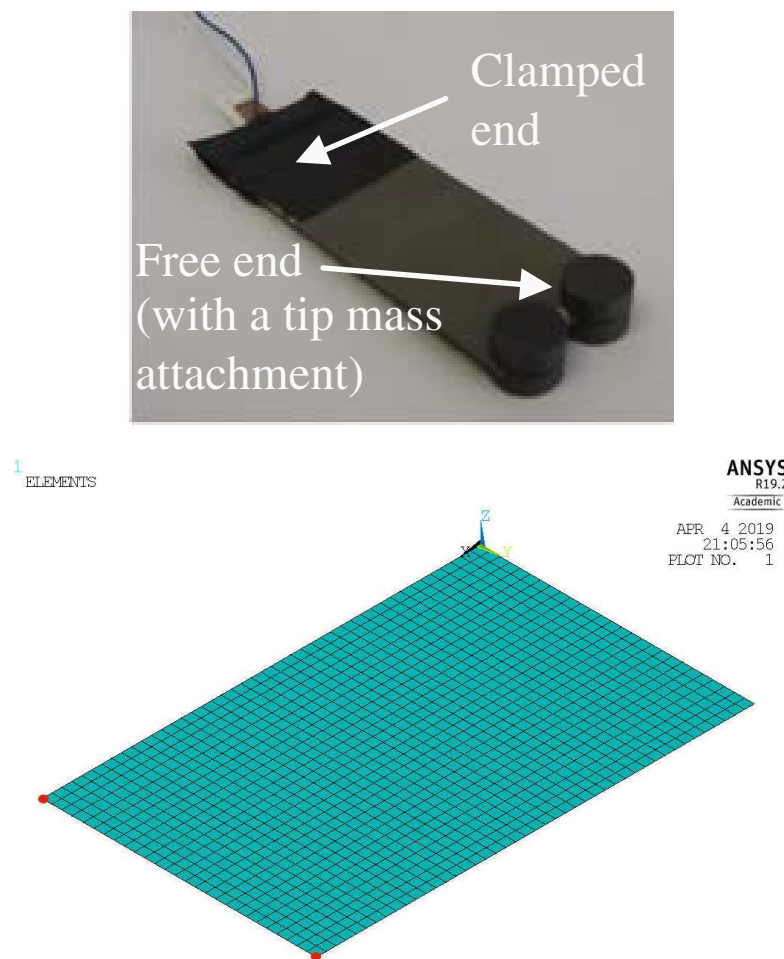


Figura 4-16 – Prototipo de recolector, obtenido de la ref. (Kim, Tadesse, & Priya, 2008), y modelo en ANSYS empleando un elemento SHELL181, añadiendo una masa sísmica en cada extremo del voladizo de tipo MASS21.

Seguidamente, en la tabla 4-5, se muestran las frecuencias naturales para esta configuración:

Tabla 4–5 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de ANSYS para el elemento SHELL181 con MASS21 en extremos

| MODO | FREQ (Hz) | RATIO | MASA EFECTIVA | FRACCIÓN MASA ACUMULADA |
|----------|---------------|-----------------|---------------------|-------------------------|
| 1 | 6.2235 | 1.000000 | 0.130415E-01 | 0.948320 |
| 2 | 14.508 | 0.000001 | 0.843238E-14 | 0.948320 |
| 3 | 133.18 | 0.195544 | 0.498673E-03 | 0.984581 |
| 4 | 235.88 | 0.000001 | 0.130105E-13 | 0.984581 |
| 5 | 311.46 | 0.083186 | 0.902463E-04 | 0.991143 |
| 6 | 526.52 | 0.093853 | 0.114875E-03 | 0.999496 |
| 7 | 575.41 | 0.000001 | 0.124316E-13 | 0.999496 |
| 8 | 724.22 | 0.023045 | 0.692615E-05 | 1.00000 |
| 9 | 979.38 | 0.000000 | 0.00000 | 1.00000 |
| 10 | 997.14 | 0.000077 | 0.766481E-10 | 1.00000 |

Tal y como sucedía para la masa puntual centrada, con el primer modo de vibración se alcanza una fracción de masa acumulada bastante elevada: un 95%.

De la misma forma que antes, se representarán los dos primeros modos que más contribuyen, siendo éstos el primero y el tercero, y lográndose un acumulado de 98,5 %.

Para el primer modo se obtiene lo siguiente.

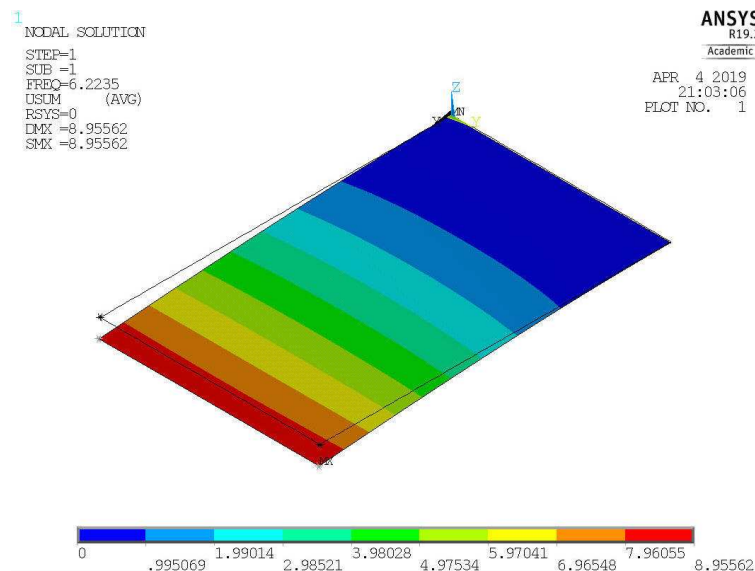


Figura 4-17 - Modo de vibración uno para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con MASS21 en las esquinas del extremo del voladizo

Se repara en que tanto, el valor de la frecuencia natural como la forma del modo de vibración, se mantienen respecto a los modelos realizados precedentemente.

Análogamente al estudio del subapartado 4.1.3.2, en esta ocasión, para el modo número dos, sí se advierte una disminución notable en la frecuencia respecto al modelo SHELL181 sin masa sísmica, el cuál atesoraba 106.94 Hz frente a los 14.508 Hz proporcionados por la pletina con masa puntual en los extremos.

Esto se debe a que, en esta configuración, en el segundo modo sí se movilizan las masas puntuales, como se puede ver seguidamente.

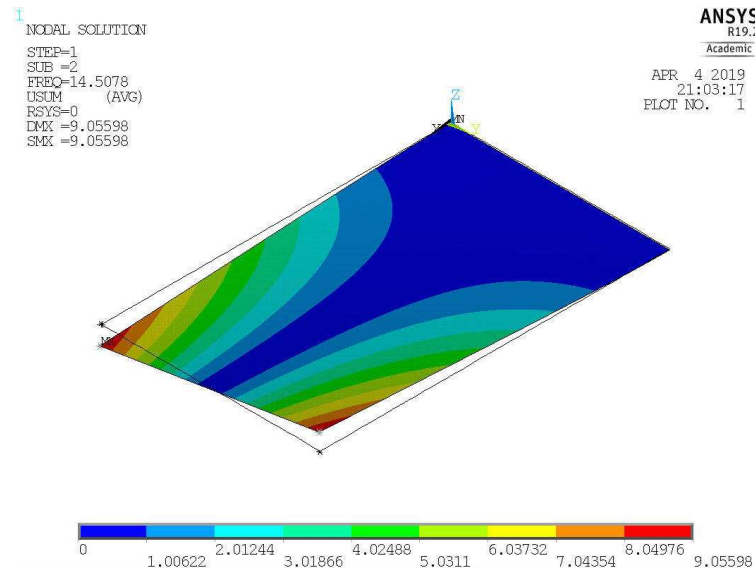


Figura 4-18 - Modo de vibración dos para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con MASS21 en las esquinas del extremo del voladizo

Finalmente, se representa el tercer modo en la figura 4-19.

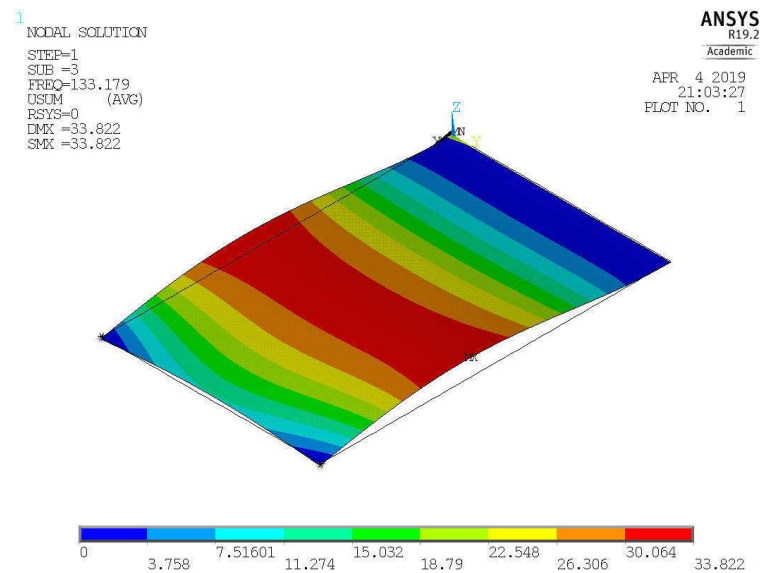


Figura 4-19 - Modo de vibración tres para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 con MASS21 en las esquinas del extremo del voladizo

A diferencia del modelo anterior y en consonancia con la pletina sin masa sísmica, se advierte simetría en el desplazamiento provocado en el modo tres.

De igual forma, se advierte una disminución en la frecuencia natural.

Finalmente, se procede a modelar la pletina de latón incluyendo una masa lineal, en lugar de una masa puntual como hasta este momento.

4.1.3.3. Modelo con masa lineal

Para finalizar este apartado relacionado con la masa sísmica, se estudiará cómo afecta al modelo el añadir la masa linealmente.

Dicha masa lineal se modela en ANSYS por medio de un elemento tipo BEAM188 (ANSYS, ANSYS Help BEAM188)

El elemento BEAM188 es adecuado para analizar estructuras de tipo viga, basándose en la teoría de Timoshenko que incluye efectos de deformación por cortante.

Posee seis grados de libertad en cada nodo, incluyendo traslaciones en las direcciones X, Y y Z, y rotaciones alrededor de los ejes X, Y y Z. Además, es posible añadir un séptimo grado de libertad (magnitud de deformación).

Dicho elemento es adecuado para aplicaciones lineales, con gran rotación y/o de gran deformación no lineal. Los términos de rigidez y tensión proporcionados permiten que los elementos se vean afectados por los problemas de estabilidad de flexión, lateral y torsional.

Analogamente a los elementos explicados con anterioridad, en la figura 4-20 se muestra la configuración del BEAM188.

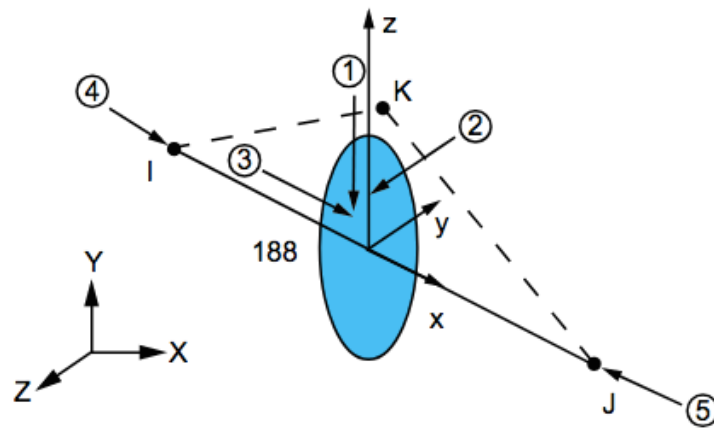


Figura 4-20 – Configuración y geometría del elemento BEAM188 de ANSYS. Imagen extraída del manual del programa (ANSYS, ANSYS Help BEAM188).

Para introducir la masa en la viga incorporada, se calcula el ancho que debería poder (ya que el largo de la barra coincidirá con ancho de la pletina) para garantizar que el peso total no varíe.

La masa total debe cumplir, suponiendo una sección cuadrada:

$$M_T = \rho \cdot A \cdot b = m \text{ donde } A = l^2 \quad (4-2)$$

Despejando l:

$$l = \sqrt{\frac{m}{\rho \cdot b}} = \sqrt{\frac{0.012}{9000 \cdot 0.031}} = 0.0065 \text{ m} \quad (4-3)$$

Teniendo en cuenta las dimensiones de la sección del elemento BEAM188, se procede a realizar el modelo, cuyo esquema se observa a continuación.

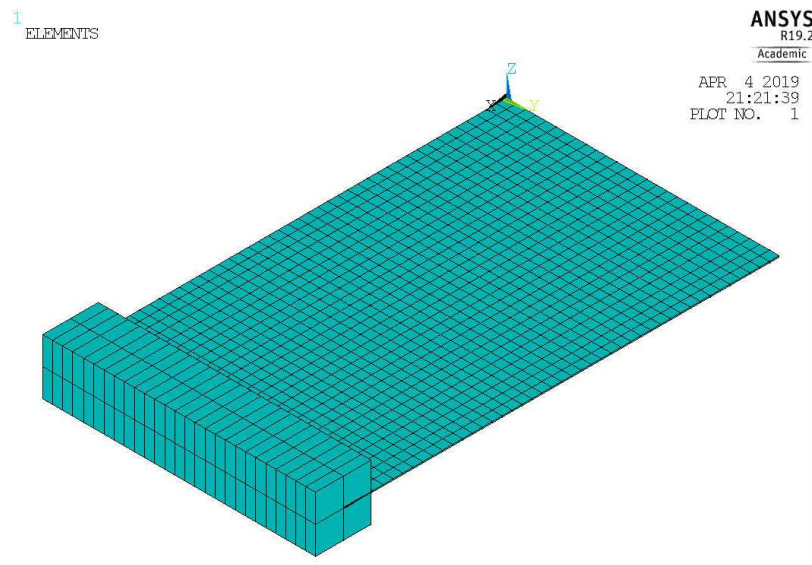


Figura 4-21 - Modelo de pletina en ANSYS empleando un elemento de tipo SHELL181, añadiendo una masa lineal en el voladizo de tipo BEAM188

Se advierte que las dimensiones de la masa lineal son considerablemente mayores a la pletina.

Por otro lado, el código empleado para este modelo, se recoge en el anexo 8.4.

Tras ejecutar el análisis modal, las frecuencias producidas se listan seguidamente en la tabla 4-6:

Tabla 4–6 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de ANSYS para el elemento SHELL181 con masa lineal (BEAM188)

| MODO | FREQ (Hz) | RATIO | MASA EFECTIVA | FRACCIÓN MASA ACUMULADA |
|----------|---------------|-----------------|---------------------|----------------------------|
| 1 | 6.2227 | 1.000000 | 0.129661E-01 | 0.937577 |
| 2 | 26.829 | 0.000000 | 0.108638E-14 | 0.937577 |
| 3 | 106.25 | 0.193100 | 0.483476E-03 | 0.972537 |
| 4 | 260.84 | 0.121956 | 0.192847E-03 | 0.986481 |
| 5 | 286.82 | 0.000000 | 0.160163E-14 | 0.986481 |
| 6 | 585.00 | 0.096201 | 0.119996E-03 | 0.995158 |
| 7 | 684.07 | 0.000001 | 0.143135E-13 | 0.995158 |
| 8 | 708.24 | 0.006848 | 0.608030E-06 | 0.995202 |
| 9 | 1 122.1 | 0.071502 | 0.662896E-04 | 0.999996 |
| 10 | 1 136.2 | 0.002142 | 0.594943E-07 | 1.00000 |

En línea con los modelos precedentes, se vuelve a conseguir para el primer modo de vibración, una frecuencia natural de aproximadamente 6 Hz y se alcanza un acumulado del 94% en la fracción de masa movilizada.

En la página siguiente se representan tanto el primer modo de vibración como el tercero.

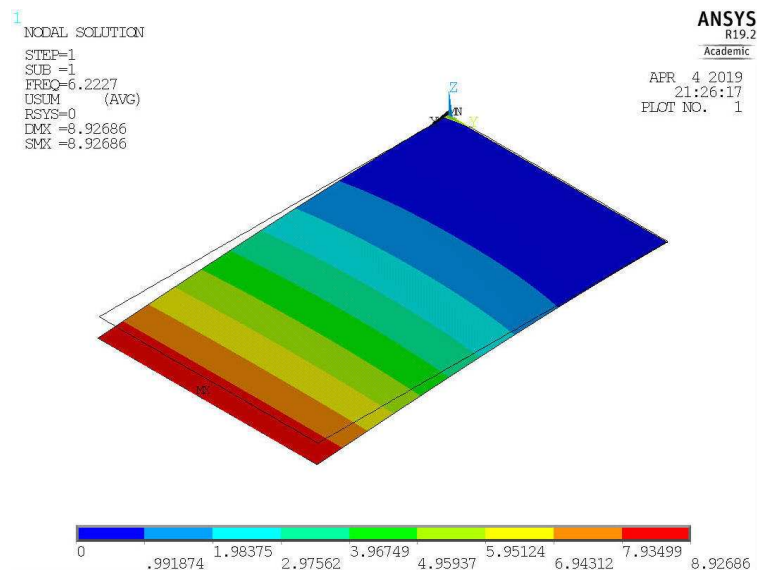


Figura 4-22 - Modo de vibración uno para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 e incluye un BEAM188 como masa lineal

Se repite la misma configuración obtenidas en el modo de vibración uno de los demás modelos estudiados.

De forma similar al modelo con masa sísmica en los extremos, en el segundo modo de vibración se produce una disminución importante de la frecuencia, producida, análogamente, por ocasionar la movilización del elemento masa.

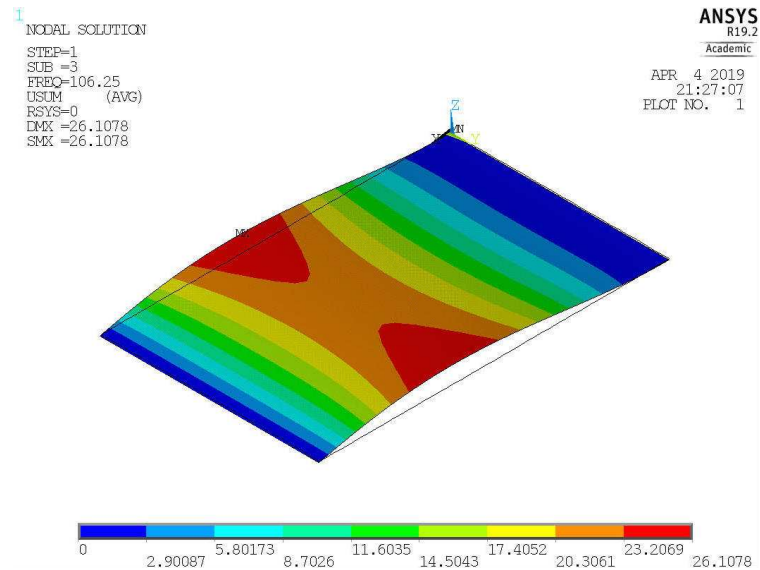


Figura 4-23 - Modo de vibración tres para el modelo de ANSYS que emplea un elemento SHELL181 e incluye un BEAM188 como masa lineal

En el tercer modo, reaparece también la misma conformación del modo de vibración que en la figura 4-15.

Como conclusión para este análisis modal, se proceden a recopilar las frecuencias naturales de los modos de vibración que contribuyen a movilizar masa y las ideas principales.

Tabla 4-7 Comparación de frecuencias naturales de los modos de vibración contribuyentes, para el modelo de pletina sin masa sísmica y para los tres modelos que sí la incluyen

| MODO | PLETINA SIN MASA (Hz) | PLETINA MASA CENTRO (Hz) | PLETINA MASA EXTREMOS (Hz) | PLETINA MASA LINEAL (Hz) |
|------|-----------------------|--------------------------|----------------------------|--------------------------|
| 1 | 31.514 | 6.172 | 6.224 | 6.223 |
| 2 | 106.94 | 106.72 | 14.508 | 26.83 |
| 3 | 194.93 | 129.18 | 133.18 | 106.25 |
| 5 | 522.16 | 363.40 | 311.46 | 286.82 |

Para el primer modo de vibración de todos los modelos que consideran masa sísmica, se advierte una disminuye de la frecuencia del sistema, alcanzándose un valor de 6 Hz aproximadamente en los tres.

En el segundo modo, para el modelo de pletina con masa en el centro no se aprecia una variación en la frecuencia ya que dicho modo no moviliza la masa sísmica. Sin embargo, los otros dos modelos sí consiguen que ésta se desplace, y por ello se obtiene una frecuencia natural menor.

Posteriormente, para los modos tercero y quinto, se logra que disminuyan las frecuencias para las tres configuraciones de la pletina con masa.

De esta forma, queda demostrado que al considerar una masa sísmica en el recolector, las frecuencias naturales disminuyen. El siguiente paso será calcular la respuesta en voltaje para ese rango de frecuencias.

En primer lugar, ya que para calcular el voltaje se deben introducir las láminas de PZT, se implementa un análisis armónico con el fin de obtener la amplitud de la masa sísmica lograda en cada uno de los modelos, y determinar qué configuración de las tres presentadas es la óptima.

4.2. Análisis armónico

Para comenzar, se representará la amplitud del movimiento frente a la frecuencia, comparando el resultado analítico de Erturk e Inman con los modelos numéricos tipo viga y tipo pletina resueltos empleando ANSYS.

Posteriormente, se calculará la gráfica equivalente comparando el modelo de pletina sin incluir masa con las tres configuraciones posibles del modelo de pletina que considera masa sísmica.

La solución en desplazamiento se define para un punto concreto del modelo. Por ello, tanto en la solución analítica como en el modelo tipo viga, se representa la respuesta del extremo voladizo de la viga. Para el modelo tipo pletina, el desplazamiento se mide en el nodo central del extremo voladizo.

Cuando modelo considera masa sísmica, los nodos en los cuales se medirá el desplazamiento son aquellos en los que se encuentra la masa sísmica. Por lo tanto, para el sistema con masa puntual centrada y para el de masa lineal, se tomará el punto central del borde del voladizo, mientras que, en el modelo con masa puntual en los extremos, se calculará en uno de esos dos nodos extremos.

Por otro lado, cabe señalar que dicho análisis se realizará para un rango de frecuencias entre 0 y 1500 Hz, asegurando así la aparición de los cuatro primeros modos de los modelos de un grado de libertad.

Finalmente, es necesario resaltar dos aspectos fundamentales:

- En todos los modelos se incluye un amortiguamiento del sistema del 5%. Análogo al amortiguamiento considerado en la resolución analítica en el apartado 3.2.
- Los sistemas se excitan mediante un desplazamiento de un metro en la dirección de la gravedad.

Se procede a realizar las dos comparaciones descritas.

4.2.1. Comparación de modelos sin masa sísmica

Se representarán tres gráficas correspondientes a:

- La solución analítica calculada mediante MATLAB para el modelo tipo viga.
- La solución del modelo numérico para el modelo de una viga en voladizo calculado con ANSYS mediante un elemento tipo BEAM3.
- La solución del modelo numérico para el modelo tipo pletina en voladizo calculado con ANSYS mediante un elemento tipo SHELL181.

Al comparar los tres resultados, se obtiene siguiente la gráfica 4-24:

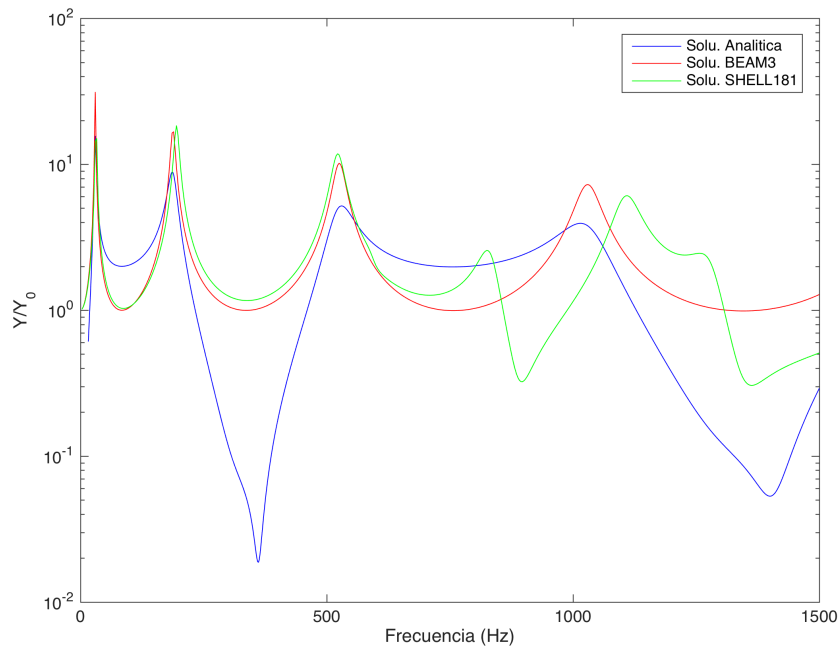


Figura 4-24 - Amplitud adimensional frente a frecuencia, al excitar al sistema con un desplazamiento igual a 1 m; para tres modelos diferentes: resultado analítico, modelo tipo viga y modelo tipo pletina en ANSYS

En primer lugar, llama la atención la aparición de un “pico” en la solución analítica. Éste corresponde a un fenómeno denominado antirresonancia, y se genera cuando la amplitud de la vibración del sistema es igual a cero. Sin embargo, al calcular mediante ANSYS, no es apreciable.

En segundo lugar, y sin tener en cuenta la antirresonancia, si se comparan las gráficas entre sí, se observa que para los tres primeros modos de vibración los resultados son semejantes, sobretodo entre los modelos de ANSYS.

Por otro lado, los vértices en la amplitud se muestran en las frecuencias de resonancia. Tanto la solución analítica como los resultados proporcionados por el BEAM3, tienen frecuencias similares, a diferencia del modelo con el elemento SHELL181 donde aparece una pequeña cresta alrededor de los 800 Hz.

Finalmente, el desplazamiento logrado ronda los 10-15 metros para la primera frecuencia de resonancia al excitar al sistema con una amplitud inicial de un metro.

Finalmente, se realiza la gráfica análoga para las cuatro opciones estudiadas en el sistema tipo pletina.

4.2.2. Efecto masa sísmica

El objetivo de realizar la comparación entre los modelos de la pletina, es visualizar el efecto que la masa sísmica provoca en la respuesta en desplazamiento del sistema, para las diferentes distribuciones explicadas.

Se procede, por lo tanto, a representar dicha comparación en la figura 4-25.

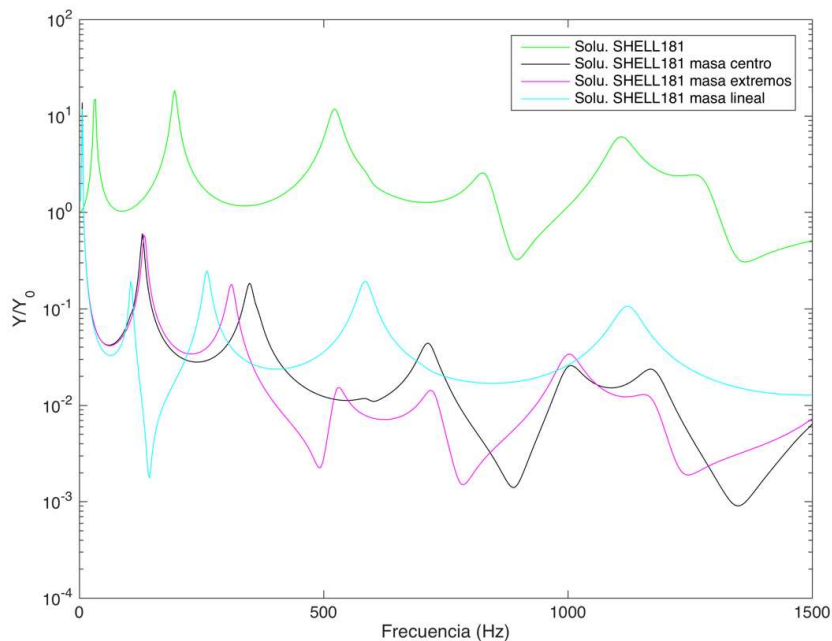


Figura 4-25 - Amplitud adimensional frente a frecuencia, al excitar al sistema con un desplazamiento igual a 1 m; para cuatro modelos diferentes: elemento SHELL181 y elemento SHELL181 con masa puntual centrada, puntual en extremos o lineal.

Se observa claramente un decrecimiento en la amplitud del sistema al incluir una masa sísmica, aunque ello se percibe a partir del segundo modo de vibración, como se verá con más detalle a continuación.

Destaca la aparición del fenómeno de antirresonancia, previamente mencionado, en el modelo con masa lineal, imperceptible en las dos otras configuraciones con masa.

Tanto el sistema con masa puntual en los extremos (gráfica rosa) como el de masa centrada (negro), presentan ciertas irregularidades a partir del cuarto y quinto modo de vibración.

Análogamente a la figura 4-24, los vértices en las gráficas se corresponden con las frecuencias de resonancia de los modelos, comprobando que al añadir masa sísmica éstas disminuyen.

Para finalizar la sección, y en vista a los estudios que se realizarán en la siguiente (número 4.3), es interesante estudiar cuál de los modelos con masa sísmica es el que proporciona un mayor desplazamiento en su primer modo de vibración. Esto es fundamental, ya que cuando se implemente en un modelo real, el objetivo es, para la misma excitación (vibraciones de la base), lograr una mayor amplitud en el movimiento, para así poder producir voltaje en un rango mayor de frecuencias y que el recolector posea la capacidad de almacenar más energía.

En las figuras 4-26, se procede a hacer *zoom* en el primer modo de vibración para averiguar qué modelo es el óptimo.

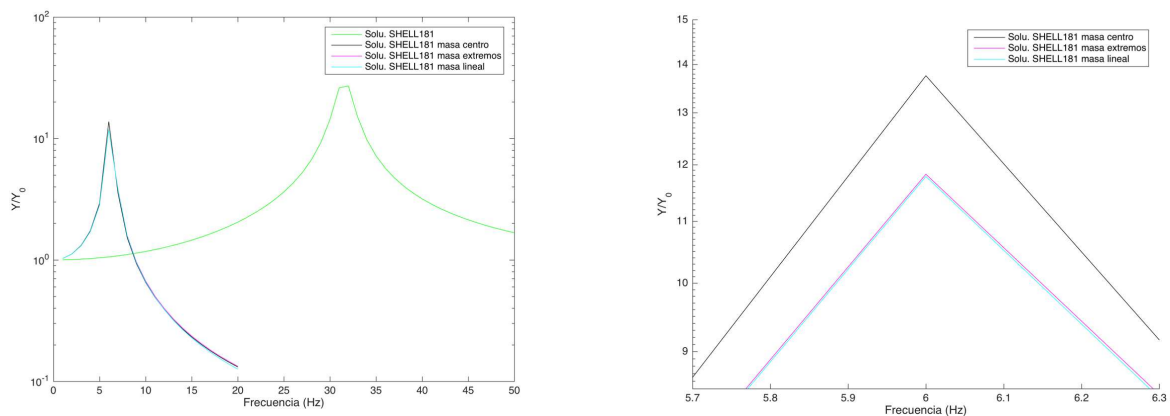


Figura 4-26 - Amplitud adimensional frente a frecuencia con zoom en el modo de vibración uno, para la pletina modelada en ANSYS sin incluir masa sísmica e incluyéndola.

Se concluye que el modelo óptimo es el de la pletina con masa puntual centrada en el extremo del voladizo, ya que es el que proporciona una amplitud mayor.

Tras definir qué modelo tipo pletina con masa es el óptimo, los siguientes sistemas y resoluciones se implementaran para el modelo tipo pletina sin considerar masa y para el modelo de pletina con masa sísmica puntual centrada.

El último paso para completar el modelo de recolector de energía, consiste en añadir las láminas de material piezoeléctrico. De esa forma, se podrá definir la respuesta en voltaje del modelo numérico para el sistema de parámetros agrupados con configuración bimorfa.

4.3. Efecto piezoeléctrico

En esta sección, se estudia el efecto provocado en el modelo al añadir dos láminas de material piezocerámico.

En primer lugar, se analizará un modelo básico para entender las propiedades de dicho material, verificando de esta manera tanto la modelización como la simulación.

En dicho sistema, se dispondrá de la misma pletina de latón estudiada anteriormente y, sobre cada cara, se fijará un elemento de tipo PZT-5H con el objetivo de calcular la respuesta eléctrica.

Análogamente, se modificará este modelo al añadir una masa puntual en el nodo central del extremo en voladizo, y se procederá a analizar su respuesta.

Recopilando la información, se realizarán los siguientes análisis:

- Análisis modal de la pletina con PZT sin voltaje.
- Análisis modal de la pletina con PZT con voltaje.
- Análisis modal de la pletina con PZT y masa sísmica central, sin voltaje.
- Análisis armónico de la pletina con PZT sin voltaje.
- Análisis armónico de la pletina con PZT y masa sísmica central, sin voltaje.

El análisis armónico se implementará sin tener en cuenta el voltaje, debido a que se pretende estudiar la respuesta en voltaje del modelo al excitarlo con un desplazamiento de un metro en la dirección vertical (sentido de la gravedad). Es decir, se quiere estudiar el sistema de forma que funcione como un generador de energía.

Para realizar el modelo numérico de la pletina con acoplamiento piezoeléctrico, se emplean los elementos y propiedades descritos en el apartado 2.4 del documento, cuando se explicó la forma de proceder en ANSYS para unir las láminas piezoeléctricas a una pletina de latón. El código se muestra en el anexo 8.5.

4.3.1. Análisis modal

A continuación, se realiza un análisis modal para obtener las frecuencias naturales y los modos de vibración en dos casos:

- Modelo con PZT sin masa sísmica.
- Sistema con PZT y masa puntual centrada, debido a que es el modelo que aporta mejores resultados, como se estudió previamente.

4.3.1.1. Modelo PZT sin masa sísmica

Para el primer modelo, se proceden a estudiar dos situaciones.

Se analizará el comportamiento del sistema sin presencia de voltaje, y, posteriormente, se aplicará un voltaje uniforme en todos los puntos de las dos pletinas piezocerámica de valor 1 V, y de 0 V en la lámina de latón que separa ambas capas. De esta manera, se conseguirá tener una diferencia de potencial de valor unidad en cada pieza y en sentido opuestos, lo que provocará, como se analizó en el capítulo 2, que el sistema flecte.

Cabe destacar las diferencias entre el modelo numérico mediante ANSYS y la solución analítico:

- En el primero, sí se tiene en cuenta el efecto que provoca añadir las dos pletinas de material piezocerámico. Además del voltaje, éstas introducen rigidez al sistema, consecuencia no considerada en el cálculo analítico.
- Por otra parte, se ha mencionado que, en el modelado por el Método de los Elemento Finitos, el voltaje se considera uniforme en toda la cara del material, sin embargo, para la solución de Erturk e Inman proporciona el voltaje definido en un punto.

Debido a estas diferencias, los resultados de ambos modelos no se pueden comparar.

Dicho esto, se procede a calcular el sistema acoplado con láminas piezoeléctricas, sin masa sísmica puntual y sin diferencia de potencial entre los dos PZT. Los resultados se listan a continuación en la tabla 4-8.

Tabla 4-8 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo de configuración bimorfa sin masa y sin considerar diferencia de potencial

| MODO | FREQ (Hz) | RATIO | MASA EFECTIVA | FRACCIÓN MASA ACUMULADA |
|----------|----------------|-----------------|---------------------|-------------------------|
| 1 | 93.823 | 1.000000 | 0.504340E-02 | 0.671472 |
| 2 | 323.83 | 0.000000 | 0.000000 | 0.671472 |
| 3 | 590.936 | 0.560327 | 0.158346E-02 | 0.882291 |
| 4 | 1164.63 | 0.000000 | 0.000000 | 0.882291 |
| 5 | 1619.55 | 0.233225 | 0.274330E-03 | 0.918816 |
| 6 | 1884.18 | 0.247187 | 0.308159E-03 | 0.959843 |
| 7 | 2619.78 | 0.000000 | 0.000000 | 0.959843 |
| 8 | 2883.78 | 0.055769 | 0.156861E-04 | 0.961932 |
| 9 | 3845.88 | 0.238104 | 0.285928E-03 | 1.00000 |
| 10 | 4833.34 | 0.000000 | 0.000000 | 1.00000 |

Teniendo en cuenta los tres primeros modos de vibración más contribuyentes (números 1, 3 y 5), se alcanza un 92% de masa movilizada.

Por otro lado, como era de esperar ya que al añadir el material piezocerámico la pletina tiene mayor rigidez, las frecuencias naturales aumentan respecto al modelo estudiado en el apartado 4.1.2, donde no se consideraba el acoplamiento. Además, se comprueba que los modos contribuyentes son los mismos que para dicha configuración.

Asimismo, los modos que no movilizan masa corresponden a aquellos en los que el nodo central del extremo voladizo de la pletina no se desplaza de su posición indeformada, como sucede, por ejemplo, en el modo 2 representado en la figura 4-27 a continuación.

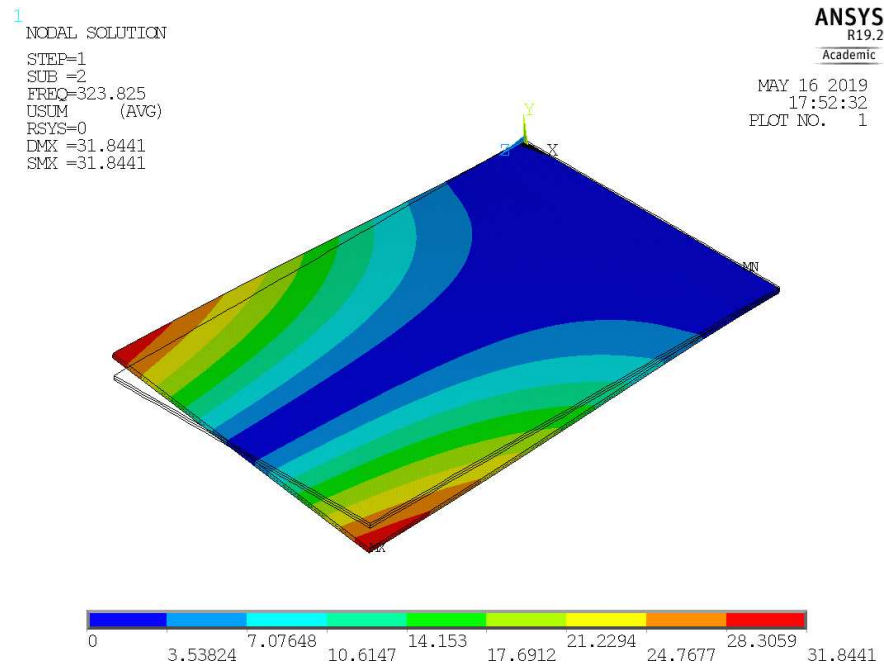


Figura 4-27 - Modo de vibración dos para el modelo numérico en ANSYS del sistema con configuración bimorfa sin masa sísmica, sin considerar diferencia de potencial

La forma modal es idéntica al modelo sin acoplamiento piezoeléctrico.

Debido a que no se considera diferencia de potencial, el único cambio respecto al modelo desacoplado es el aumento en el espesor de la pletina. Esto no modifica el modo de vibración del sistema, simplemente afecta a la frecuencia natural.

Finalmente, en la figura 4-28, se procede a representar los tres modos contribuyentes indicados.

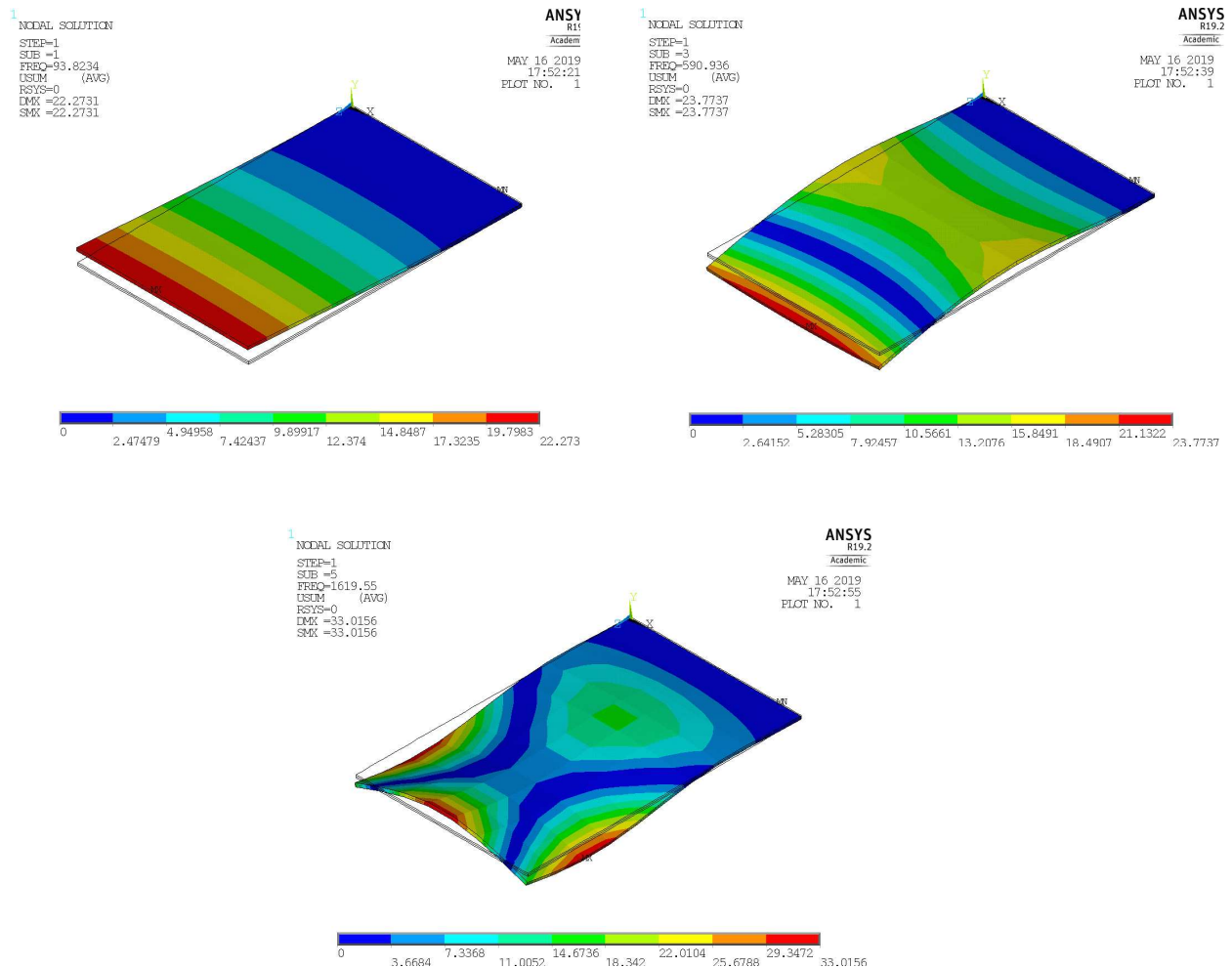


Figura 4-28 - Modos de vibración uno, tres y cinco para el modelo numérico en ANSYS del sistema con configuración bimorfa sin masa sísmica, sin considerar diferencia de potencial

Igualmente, para los tres modos representados se obtiene el mismo comportamiento que en los correspondientes al apartado 4.1.2.

La variación reside en el aumento de la frecuencia natural.

Este modelo aporta los mismos resultados, en cuanto a valores de la frecuencia se refiere, que en el hipotético caso de que el sistema fuese cortocircuitado. Es decir, si se define el mismo valor en las condiciones de contorno (explicadas en el apartado 2.4) para ambas láminas piezoeléctricas.

A continuación, se analiza el mismo modelo pero definiendo una diferencia de potencial entre las láminas de PZT-5H.

La finalidad de añadir esta condición, es estudiar el impacto que provoca en el sistema acoplado el efecto voltaico. Para ello, análogamente a la comprobación realizada en el apartado 2.4, se define un voltaje unidad en la superficie superior del piezoeléctrico situado sobre la pletina de latón, y se sigue el mismo procedimiento para la lámina PZT ubicada bajo ésta.

Los resultados obtenidos se recogen en la tabla 4-9.

Tabla 4–9 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo numérico en ANSYS del sistema con configuración bimorfa sin masa sísmica, considerando una diferencia de potencial de valor unidad (1 V)

| MODO | FREQ (Hz) | RATIO | MASA EFECTIVA | FRACCIÓN MASA ACUMULADA |
|----------|----------------|-----------------|---------------------|----------------------------|
| 1 | 88.485 | 1.000000 | 0.505357E-02 | 0.673595 |
| 2 | 320.73 | 0.000000 | 0.000000 | 0.673595 |
| 3 | 562.03 | 0.558612 | 0.157695E-02 | 0.883788 |
| 4 | 1 144.0 | 0.000000 | 0.000000 | 0.883788 |
| 5 | 1 559.4 | 0.220760 | 0.246285E-03 | 0.916616 |
| 6 | 1 748.6 | 0.254119 | 0.326341E-03 | 0.960114 |
| 7 | 2 546.7 | 0.000000 | 0.000000 | 0.960114 |
| 8 | 2 803.7 | 0.042389 | 0.908054E-05 | 0.961325 |
| 9 | 3 605.0 | 0.239617 | 0.290158E-03 | 1.000000 |
| 10 | 4 603.9 | 0.000000 | 0.000000 | 1.000000 |

Al igual que antes, en el quinto modo de vibración se alcanza un porcentaje de masa acumulada igual al 92%.

Comparando esta tabla con la anterior, se aprecia una disminución en los valores de la frecuencia natural.

No se representarán dichos modos ya que son análogos a la configuración sin diferencia de potencial.

Por otra parte, se analizó si variando el valor de dicha condición de contorno en volaje, se modificaban las frecuencias naturales. Comprobándolo para diferentes cifras, se concluyó que esto no afectaba en absoluto a las frecuencias naturales.

Como conclusión, señalar que la presencia de una diferencia de potencial entre las láminas piezoeléctricas, únicamente hizo disminuir las frecuencias naturales del sistema.

El siguiente paso, será incluir el efecto de una masa sísmica, ya que los recolectores la llevan incorporada para ampliar el rango de frecuencias en la respuesta eléctrica.

4.3.1.2. Modelo PZT con masa sísmica central

En este subapartado, se renueva el modelo anterior incluyendo una masa sísmica puntual. Únicamente se realizará la modelización para el sistema bimorfo con masa puntual centrada en el extremo del voladizo y sin considerar diferencia de potencial piezoeléctrica.

Las frecuencias naturales obtenidas para dicho sistema son las siguientes:

Tabla 4–10 Frecuencias y contribución modal para cada modo de vibración del modelo numérico en ANSYS del sistema con configuración bimorfa con masa puntual, sin considerar diferencia de potencial

| MODO | FREQ (Hz) | RATIO | MASA EFECTIVA | FRACCIÓN MASA ACUMULADA |
|----------|---------------|-----------------|---------------------|-------------------------|
| 1 | 35.024 | 1.000000 | 0.162952E-01 | 0.839333 |
| 2 | 314.11 | 0.108261 | 0.190987E-03 | 0.849170 |
| 3 | 414.63 | 0.334746 | 0.182597E-02 | 0.943221 |
| 4 | 1 094.7 | 0.136778 | 0.304855E-03 | 0.958924 |
| 5 | 1 227.8 | 0.125992 | 0.258669E-03 | 0.972247 |
| 6 | 1 878.0 | 0.118677 | 0.229504E-03 | 0.984069 |
| 7 | 2 014.9 | 0.000000 | 0.000000 | 0.984069 |
| 8 | 2 437.3 | 0.084995 | 0.117718E-03 | 0.990132 |
| 9 | 2 653.8 | 0.033085 | 0.178374E-04 | 0.991051 |
| 10 | 3 589.2 | 0.103258 | 0.173744E-03 | 1.00000 |

A diferencia de los resultados obtenidos en el modelo sin acoplamiento, con los modos primero y tercero, ya se alcanza un porcentaje elevado de movilización de masa (un 94%).

Por consiguiente, también disminuyen considerablemente las frecuencias naturales al añadir una masa sísmica salvo, igual que anteriormente, en el modo dos debido a que no moviliza la masa puntual.

Tampoco se incluirán los correspondientes modos de vibración por ser semejantes a los anteriormente representados.

Como conclusión, simplemente resaltar el aumento notificado en las frecuencias naturales al acoplar las láminas piezoeléctricas en el sistema.

Finalmente, para concluir este capítulo, se implementa un análisis armónico en ambos sistemas para determinar su función de respuesta en frecuencia para la amplitud y el voltaje resultante.

La finalidad de este análisis es lograr calcular la respuesta eléctrica de un recolector de energía piezoeléctrica para el sistema óptimo, cuya modelización corresponde a un sistema de parámetros distribuidos con configuración bimorfa, considerando el acoplamiento piezoeléctrico y una masa sísmica puntual.

4.3.2. Análisis armónico

Interesa realizar un análisis armónico para estudiar la respuesta de los dos modelos estudiados en el apartado 4.3.1, frente a una excitación de aceleración de valor 1 m/s^2 en la dirección vertical (eje Y en esta ocasión).

Dicha excitación deja de ser un desplazamiento debido a que cuando se introduzcan en el sistema datos tomados en un ensayo real, éstos se incluyen en forma de aceleración.

Por otro lado, en este caso, el voltaje será la salida del sistema y, por tanto, no será una condición de contorno impuesta, ya que el objetivo es estudiar el comportamiento del sistema como generador.

Se representará tanto la amplitud (desplazamiento en el eje Y) partida de la excitación de entrada del sistema (aceleración), como el voltaje dividido entre dicha excitación, frente a la frecuencia (en Hz). Se representa en escala logarítmica, como en las ocasiones anteriores, para apreciarlo mejor.

El análisis se realiza para un rango de frecuencias entre 0 y 6000 Hz, y se considera un amortiguamiento del sistema del 5%. Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 4-29 y 4-30.

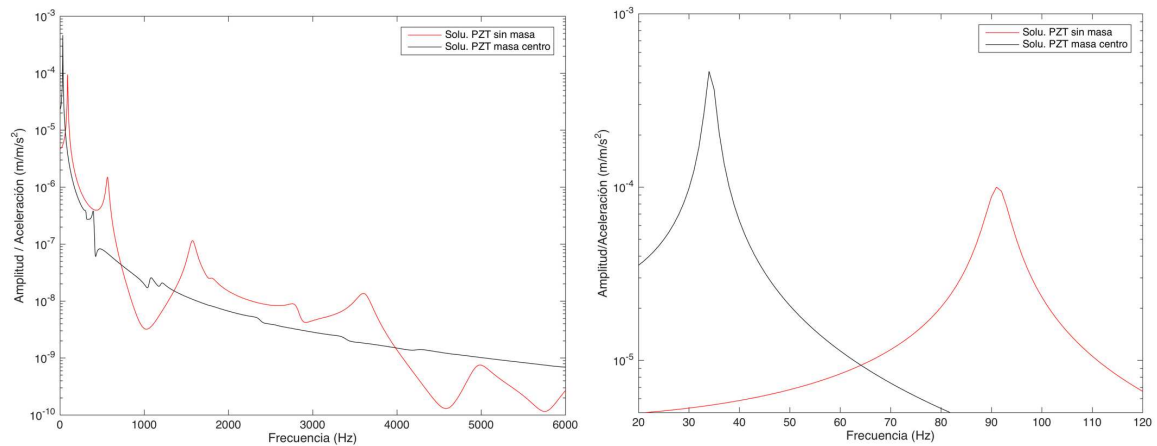


Figura 4-29 - Amplitud frente a frecuencia, como resultado de excitar a los sistemas (pletina con PZT sin masa y pletina con PZT y masa puntual centrada) con una aceleración vertical de valor 1 m/s^2 .

Se observa que, únicamente para la primera frecuencia natural de cada modelo, el sistema que considera masa sísmica (gráfica en color negro) proporciona una mayor amplitud. Sin embargo, conforme va aumentando la frecuencia de excitación, esta respuesta se va atenuando debido al amortiguamiento del sistema.

El resultado obtenido es de 0.00046 metros (0.46 mm) por m/s^2 de aceleración para el primer modo de vibración.

En esta ocasión, sí se obtiene un resultado razonable respecto a las medidas de la pletina, las cuales eran 50.8 mm de largo por 31.8 mm de ancho y 0.66 mm de espesor (0.14 mm la pletina de latón más dos capas PZT de 0.26 mm).

El siguiente paso es representar la respuesta en voltaje.

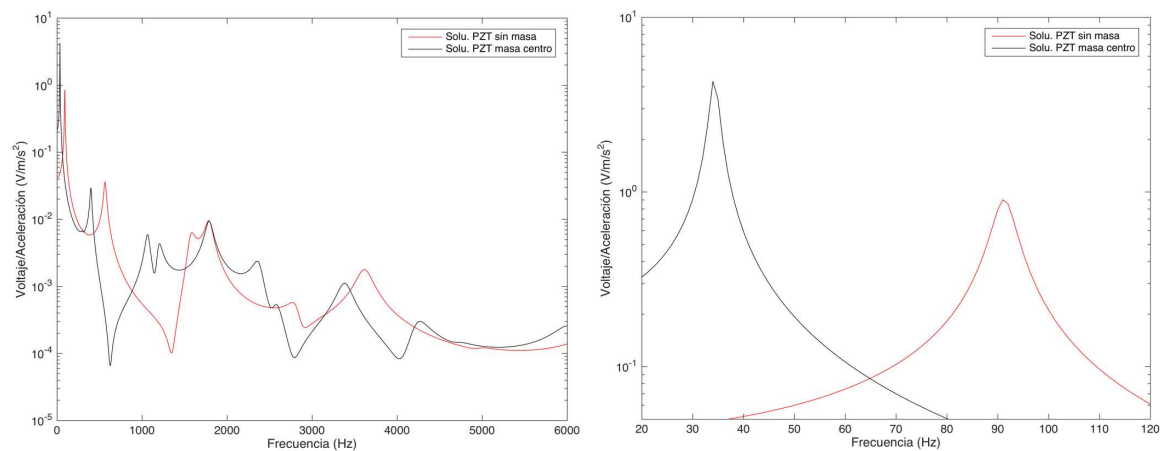


Figura 4-30 - Voltaje frente a frecuencia, como resultado de excitar a los sistemas (pletina con PZT sin masa y pletina con PZT y masa puntual centrada) con una aceleración vertical de valor 1 m/s^2 .

Para la solución en voltaje, se observa una similitud en la forma de las gráficas en ambos sistemas, a diferencia del resultado en la figura anterior.

Para la primera frecuencia natural, reaparece la pauta precedente obteniéndose un valor de voltaje de 4.296 V/m/s^2 , frente a los 0.9006 V/m/s^2 que proporciona el modelo sin considerar masa sísmica.

Se demuestra, mediante las gráficas de la figura 4-30, que la consideración de una masa puntual en el recolector afecta positivamente a la respuesta eléctrica del sistema. Lográndose un mayor voltaje, lo cual generará un mayor almacenamiento de energía.

De esta forma, se da por concluido el modelo numérico. Se concluye que el modelo más apropiado para simular un recolector es un modelo de parámetros agrupados con configuración bimorfa, considerando el acoplamiento piezoeléctrico, debido a que es fundamental para la generación de energía, e incorporando una masa puntual en el centro del extremo voladizo de la pletina.

En la figura 4-31 se observa un esquema de la configuración del recolector, exceptuando que la masa sísmica es lineal en lugar de ser puntual.

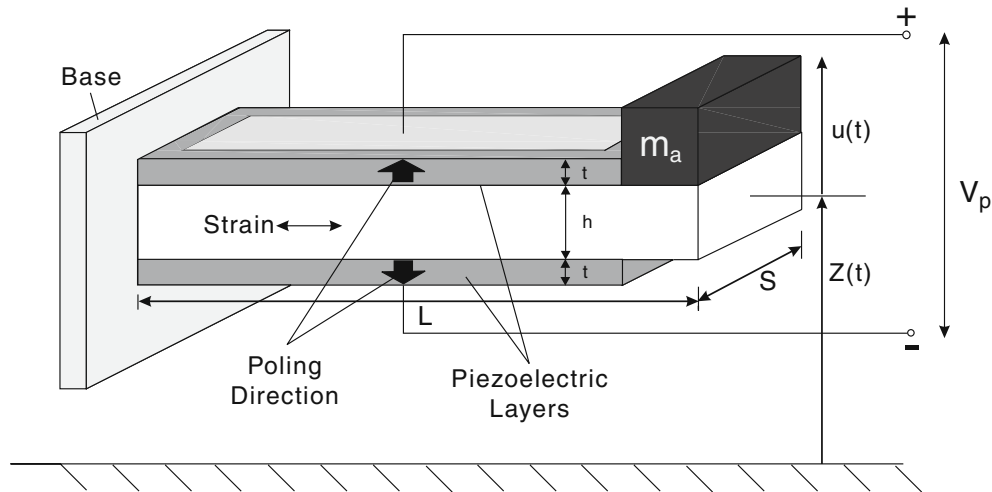


Figura 4-31 – Ejemplo de configuración para un recolector de energía. Imagen obtenida de la ref. (Erturk & Inman, 2008c).

Tras estos resultados, se cierra el capítulo con una recapitulación de los pasos ejecutados en la modelización de un recolector de energía.

En primer lugar, se modela una viga y una pletina mediante el MEF para comparar los resultados obtenidos con la solución analítica de Erturk e Inman, expuesta en el capítulo 3.

Posteriormente, se incluye el efecto de una masa sísmica con la finalidad de ampliar el rango de frecuencias del sistema. Para ello se estudian tres configuraciones distintas, concluyendo que lo óptimo es añadir una masa puntual en el centro del extremo voladizo de la pletina.

Finalmente, se estudia el sistema con acoplamiento piezoeléctrico, con el fin de calcular la respuesta eléctrica del recolector.

5. EJEMPLO NUMÉRICO. VIADUCTO ARROYO BRACEA I

5.1. Introducción al ensayo

Para finalizar la investigación, una vez estimado el modelo numérico de recolector mediante el Método de los Elementos Finitos, se procede a implementar en el sistema una excitación para obtener validaciones experimentales.

Se pretende excitar al modelo con diferentes aceleraciones recogidas en un ensayo realizado en el Viaducto del Arroyo Bracea I, ubicado en Toledo, España. (Galvín, Romero, Moliner, & Martínez-Rodrigo, 2018).

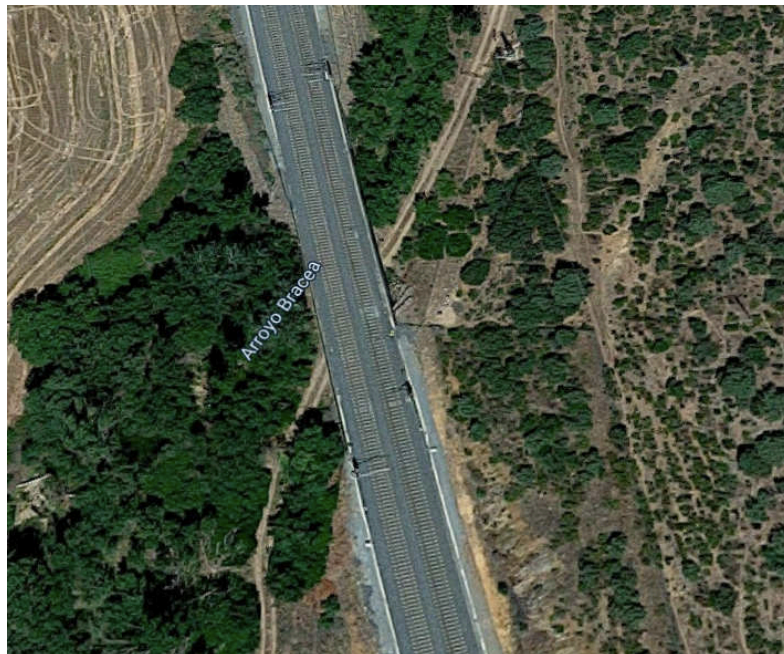


Figura 5-1 - Imagen satélite 3D del Arroyo Bracea bajo el Viaducto construido para el paso de trenes en Toledo, España.

La estructura corresponde a un puente destinado al paso de trenes, perteneciente a la línea ferroviaria de alta velocidad Madrid-Sevilla

Está formada por dos vanos idénticos de 15.25 metros de envergadura, y el viaducto cruza el arroyo con un ángulo de inclinación de 45° . Cada plataforma consta de una losa de hormigón de 25 cm de espesor y 11.6 metros de ancho, que descansa sobre cinco vigas de hormigón pretensado de 1.05 m de altura. Dichas vigas se apoyan en los soportes por medio de cojinetes de goma laminados.

La losa soporta dos carriles con una excentricidad de 2.15 m desde su eje longitudinal y dos aceras con un pasamanos cada una de ellas como se observa en la imagen siguiente.

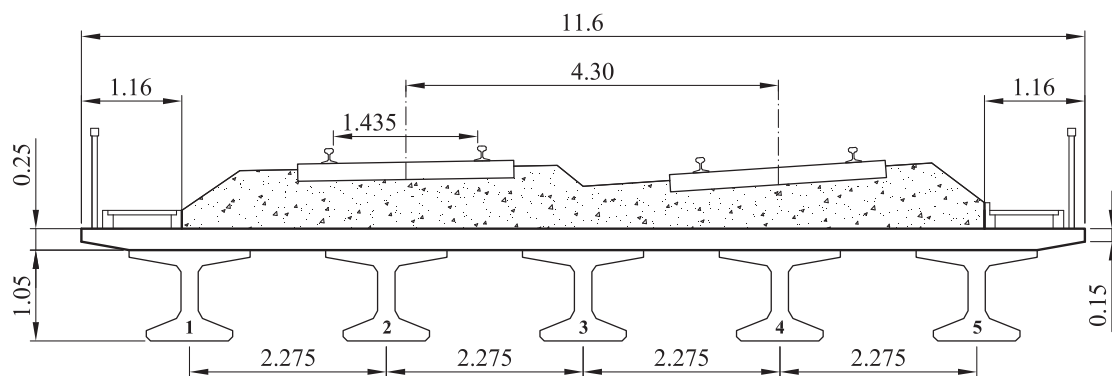


Figura 5-2 - Sección transversal de la plataforma del Viaducto sobre el Arroyo Bracea I, donde se muestra la composición de ésta (las medidas en metros).

La base del puente se apoya sobre pilares de hormigón reforzado en sus secciones más externas, y las secciones internas de ambos vanos se apoyan en una base de pilotes.

5.1.1. Toma de muestras

En el proceso de la toma de resultados (Galvín, Romero, Moliner, & Martínez-Rodrigo, 2018), se colocaron varios acelerómetros, definidos como instrumentos

empleados para medir la aceleración, bajo la estructura del puente. En concreto se instalaron 12, en las posiciones indicadas en la figura 5-3.

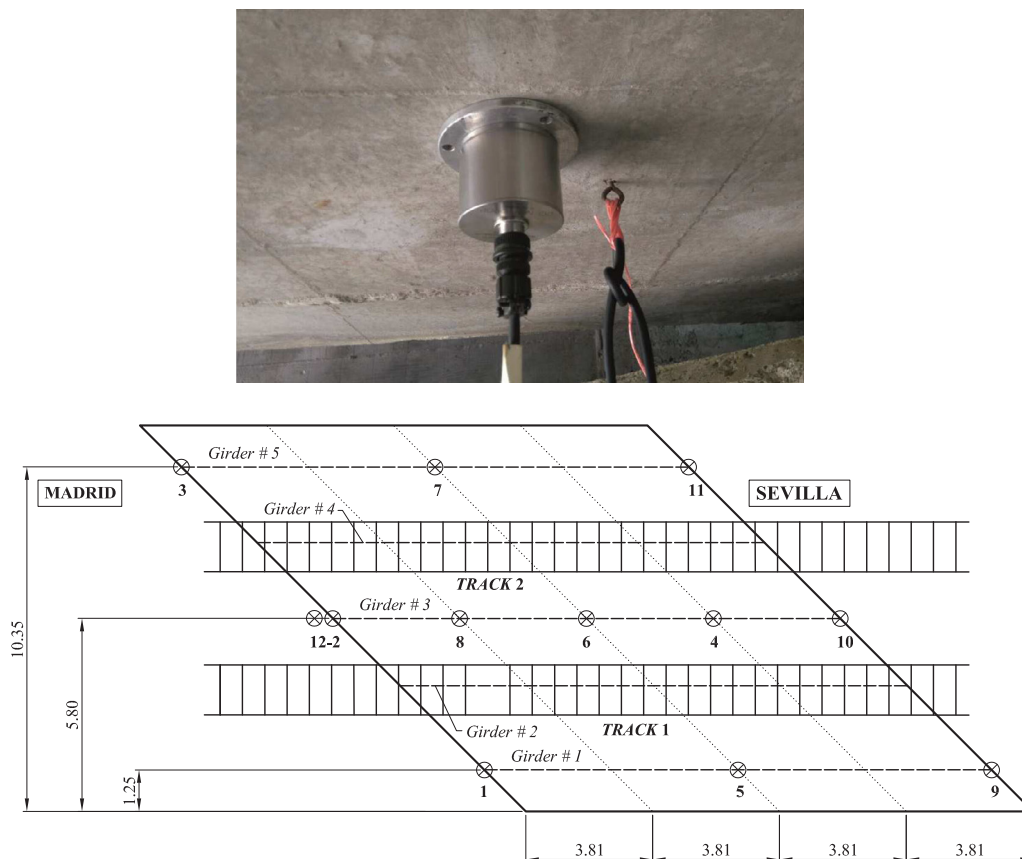


Figura 5-3 - Ejemplo de acelerómetro y disposición de éstos bajo la plataforma del Viaducto del Arroyo Bracea I.

Las excitaciones ejecutadas en el modelo numérico son las procedentes del acelerómetro situado en el punto 5.

Por otra parte, debido al tránsito de diferentes clases de trenes por el puente, se realizan varios análisis, utilizándose las muestras recogidas para los cinco modelos de trenes mostrados en la figura 5-4: RENFE Clase 100 (S100), 102 (Talgo 350 o S102), 103 (ICE 3 o S103), 104 (S104) y 130 (Talgo 250 o S130).

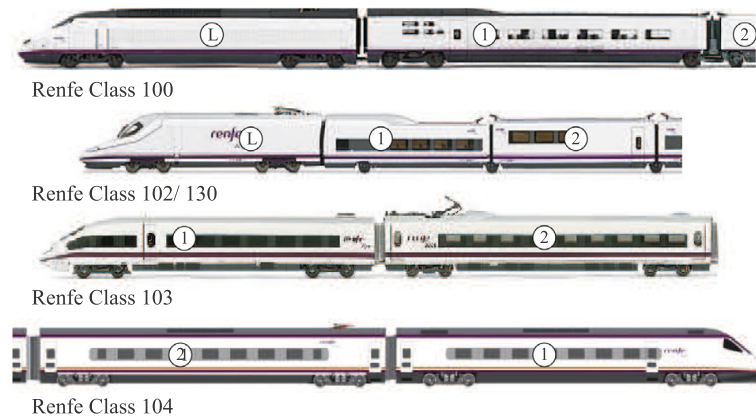


Figura 5-4 - Modelos de trenes RENFE que transitan por el Viaducto del Arroyo Bracea I tratados en el estudio.

Dependiendo del tipo de tren, éste transcurrirá a una velocidad determinada:

Tabla 5–1 Velocidad a la cual circula cada modelo de tren por el Viaducto sobre el Arroyo Bracea I.

| MODELO DE TREN | VELOCIDAD: v (Km/h) |
|----------------|---------------------|
| S100 | 262 |
| S102 | 262 |
| S103 | 279 |
| S104 | 252 |
| S130 | 247 |

Los datos se diezmaron (orden 16) para llevar a cabo el análisis en el rango de frecuencia de interés (0 a 60 Hz). Las señales se filtraron aplicando dos filtros Chebyshev de tercer orden con frecuencias de paso alto y paso bajo de 1 Hz y 60 Hz, respectivamente.

5.2. Análisis y resultados

A continuación, se procede a excitar al sistema formado por pletina de latón-PZT-masa puntual centrada con los datos recogidos.

En primer lugar, para cada modelo, se muestran las gráficas correspondientes a los datos de entrada: aceleración frente a tiempo y aceleración frente a frecuencia.

Posteriormente, se realiza un análisis transitorio para calcular el contenido en frecuencia del desplazamiento de la masa sísmica y del voltaje obtenido en la pletina

Finalmente, se representa la variación de los parámetros anteriores (desplazamiento de la masa y voltaje del sistema) frente al tiempo.

Para ello, es necesario introducir el amortiguamiento en el sistema al igual que en los análisis anteriores. En este caso, es necesario emplear la siguiente fórmula:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \cdot \frac{\zeta}{w_i + w_j} \begin{bmatrix} w_i \cdot w_j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

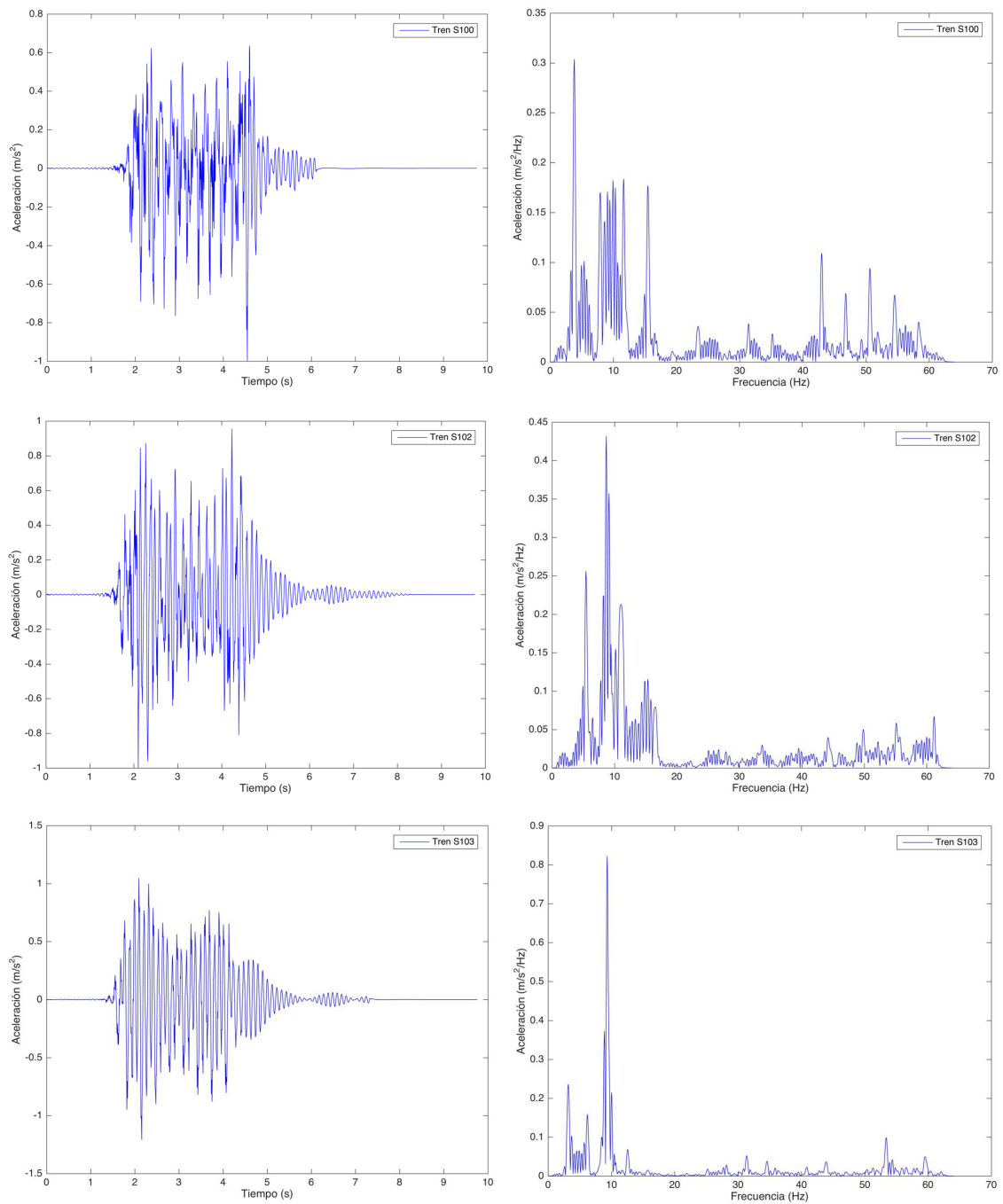
La estimación de las constantes α y β suele realizarse haciendo $w_i = w_1$ (en rad/s), y w_j igual a la frecuencia natural del modo de mayor orden que contribuye de una forma significativa a la respuesta dinámica de la estructura. Para ello, se emplean los resultados de la tabla 4-11.

Resolviendo la ecuación:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \cdot \frac{0.05}{220.062 + 2605.197} \begin{bmatrix} 220.062 \cdot 2605.197 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20.292117 \\ 3.539498e - 5 \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

Finalizada esta cuestión, se procede a realizar los análisis para las diferentes excitaciones.

En primer lugar, en la figura 5-5, se muestran las respuestas temporales y en el dominio de la frecuencia, de la aceleración de la plataforma en el paso de los diversos modelos de tren, recogidos en el registro 5 (Galvín, Romero, Moliner, & Martínez-Rodrigo, 2018).



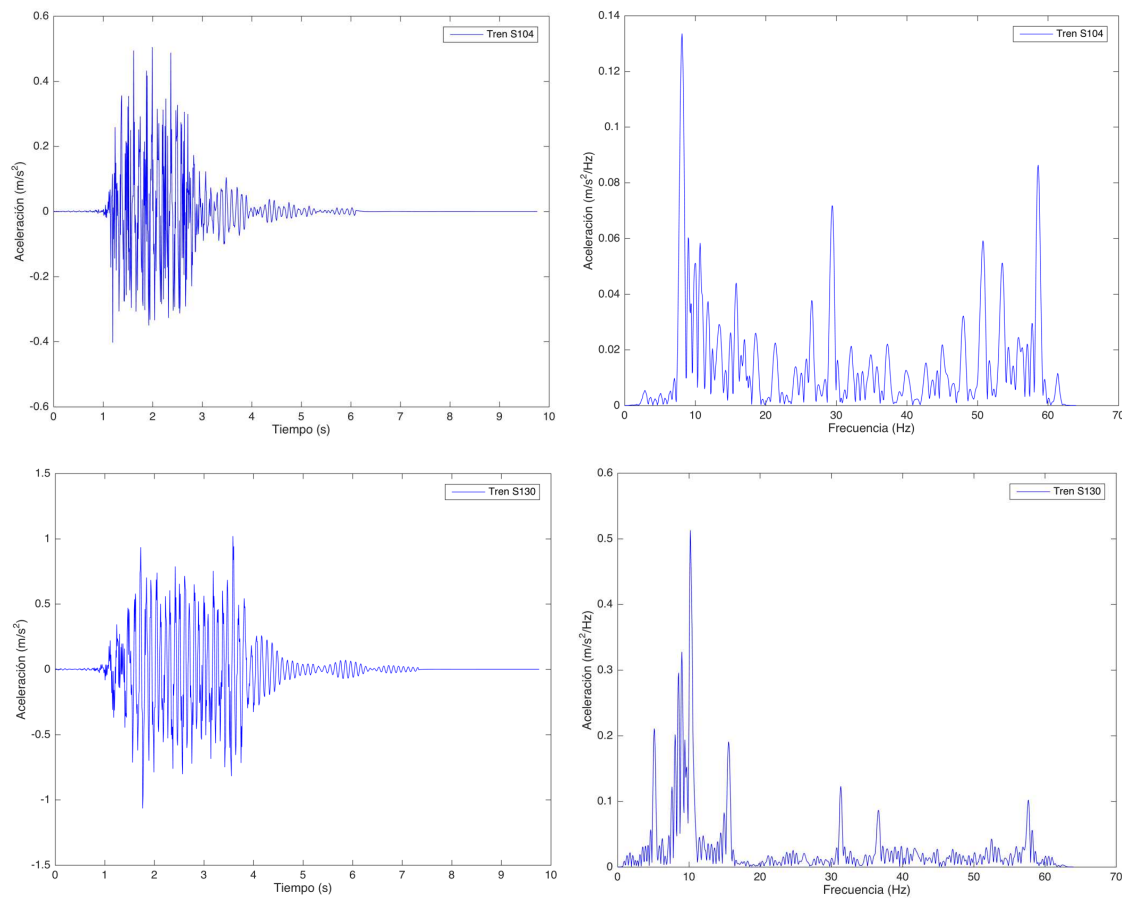


Figura 5-5 - Aceleración frente a tiempo y a frecuencia del acelerómetro cinco, para los modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I.

Galvín et al. (Galvín, Romero, Moliner, & Martínez-Rodrigo, 2018) advirtieron, a partir de los resultados de la figura 5-5, que los modelos S100, S102 y S104 no inducen resonancia en la plataforma del puente, detectándose la contribución de varias participaciones modales. A diferencia del modelo S103 que induce una tercera resonancia en el puente.

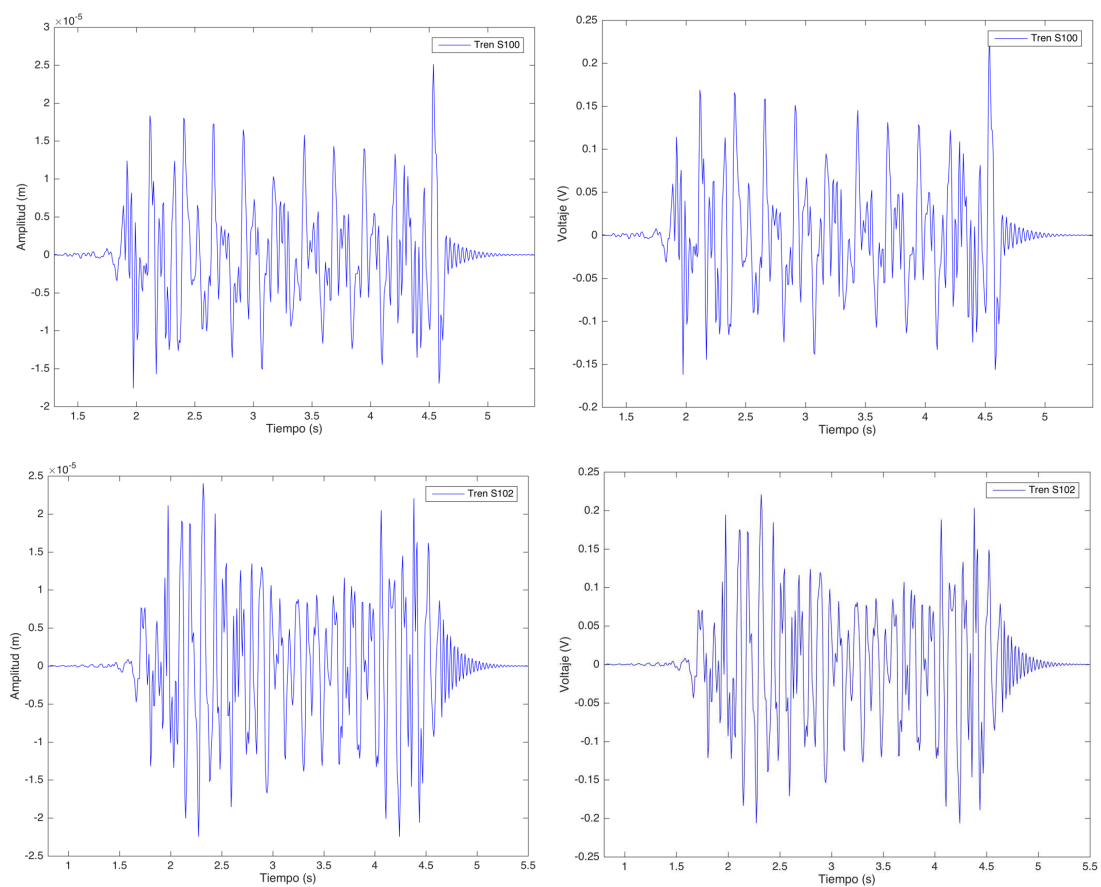
Por otro lado, el pico asociado al modo de vibración fundamental es el predominante, en comparación con los otros modos contribuyentes. Sin embargo, para el modelo S103, se observa claramente que el valor para la segunda frecuencia natural excede al modo fundamental, lo cual se debe a la amplificación de la respuesta torsional en la plataforma en el paso de ese tipo de tren.

Por otra parte, las máximas aceleraciones se producen entorno a 1 m/s² en el dominio temporal para el paso de los trenes S103 y S130.

En la representación en frecuencias, los picos se obtienen en el rango de 3 a 17 Hz. Éstos se producen en las frecuencias características, como por ejemplo en la frecuencia de paso por bogie, definida como $f_b = v/L_b$ donde L_b es la distancia característica entre dos bogies (Galvín, Romero, Moliner, & Martínez-Rodrigo, 2018).

El modelo que alcanza mayor aceleración, aproximadamente 0.8 m/s²/Hz, es el S103 para la segunda frecuencia.

A continuación, en la figura 5-6, se representan las respuestas temporales del desplazamiento de la masa sísmica y del voltaje de la pletina, obtenido en el modelo numérico del capítulo 4, para las excitaciones de los diversos modelos de tren.



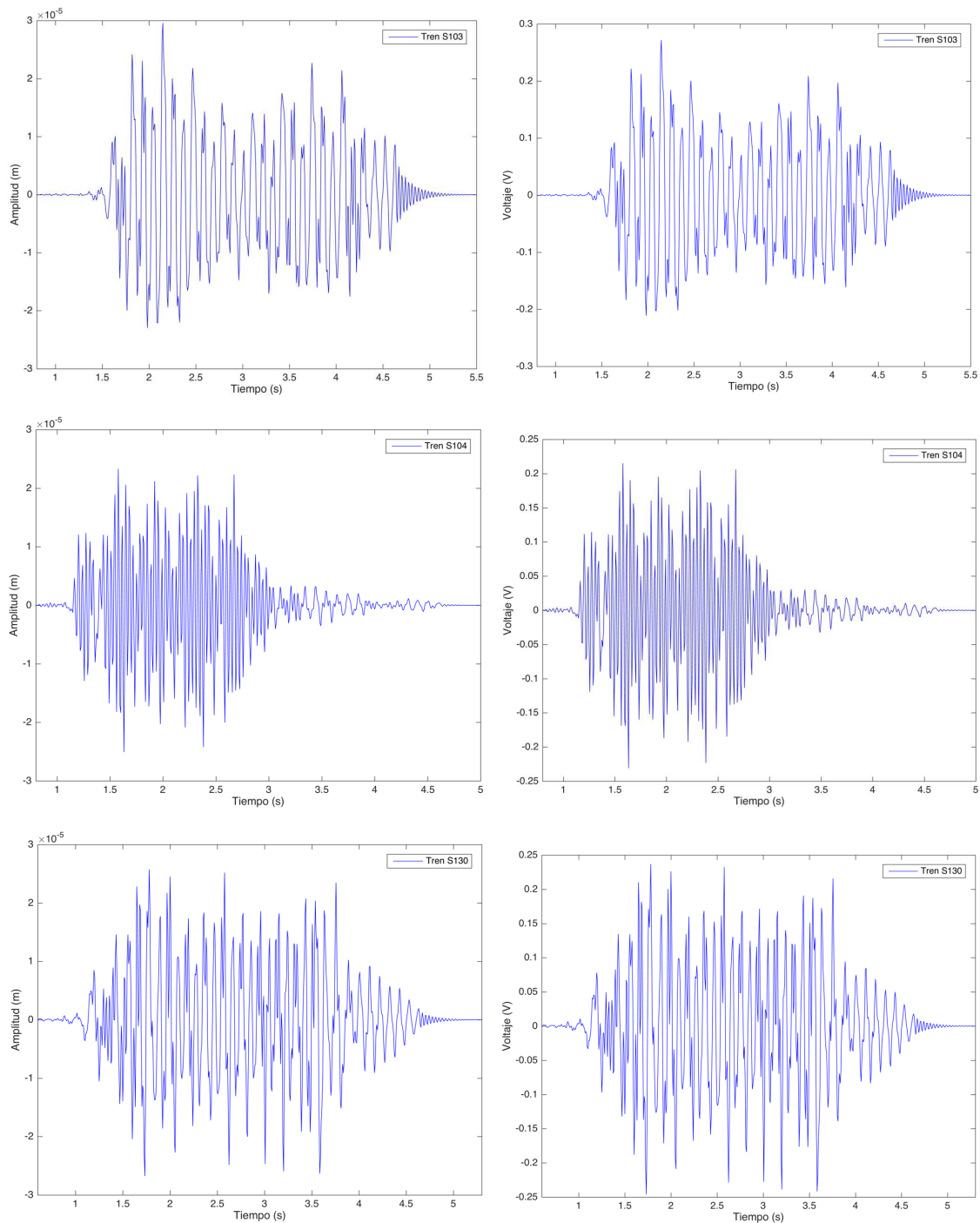
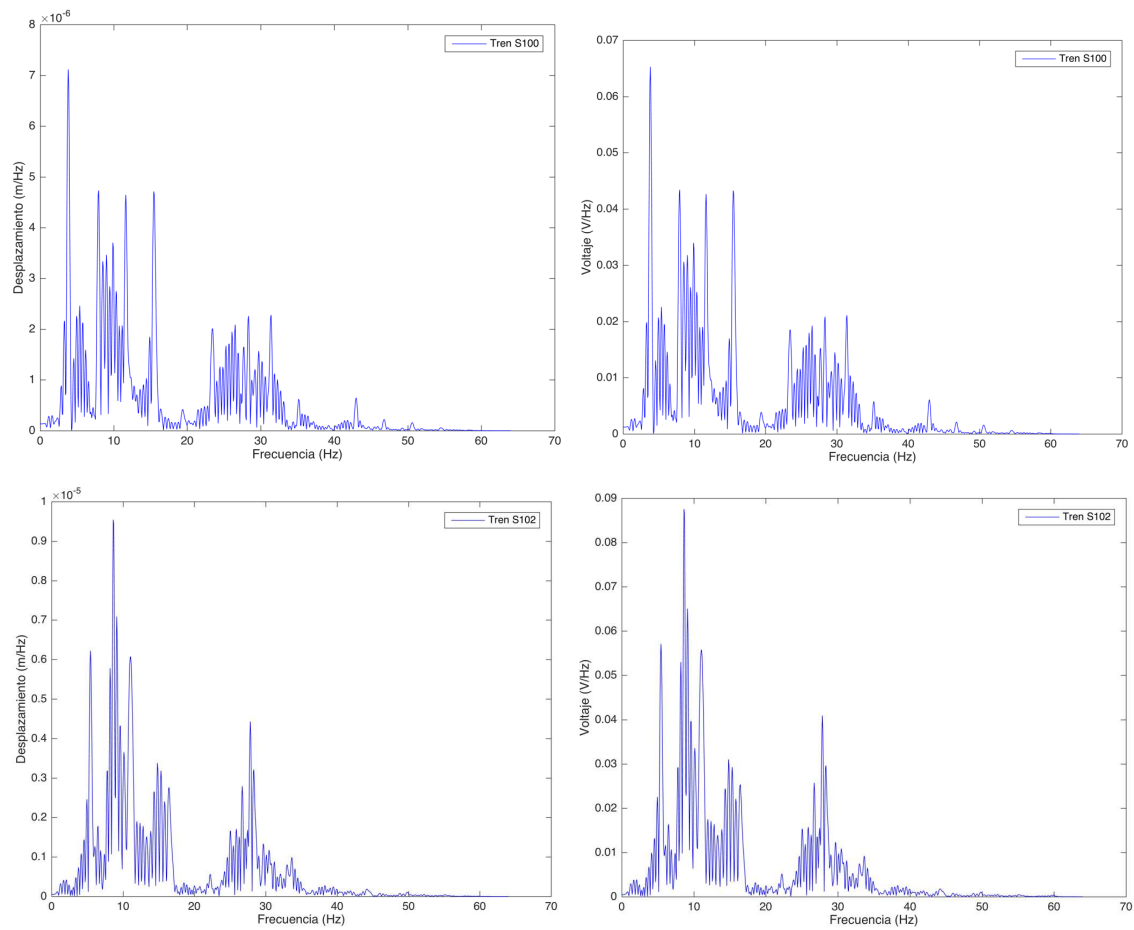


Figura 5-6 - Amplitud de la masa sísmica y voltaje de la pletina frente a tiempo, para distintos modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I.

Los mejores resultados se obtienen para el modelo S103, el cual logra una amplitud de $3 \cdot 10^{-5}$ m y 0.3 V.

El siguiente paso es calcular el contenido en frecuencia de estos parámetros, con la finalidad de comparar las gráficas obtenida con las resultantes del análisis armónico implementado en el modelo numérico.



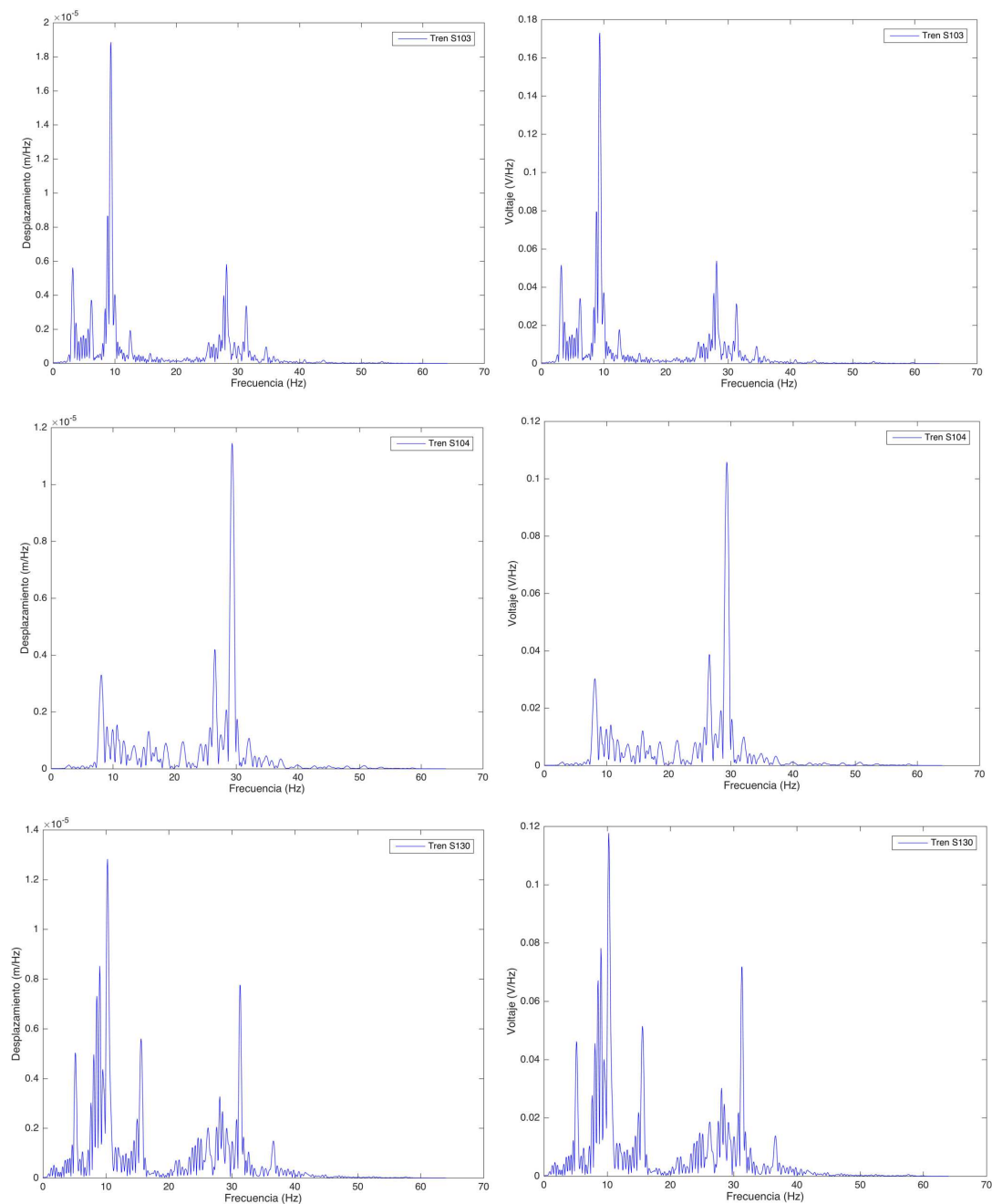


Figura 5-7 - Amplitud de la masa sísmica y voltaje de la pletina frente a frecuencia, para distintos modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I.

Dependiendo del modelo de tren, se logra un voltaje máximo y para una frecuencia determinada:

- Tren S100: 0.065 V/Hz para la 1ª frecuencia.
- Tren S102: 0.09 V/Hz para la 2ª frecuencia.
- Tren S103: 0.18 V/Hz para la 2ª frecuencia.
- Tren S104: 0.11 V/Hz para la 3ª frecuencia.
- Tren S130: 0.12 V/Hz para la 2ª frecuencia.

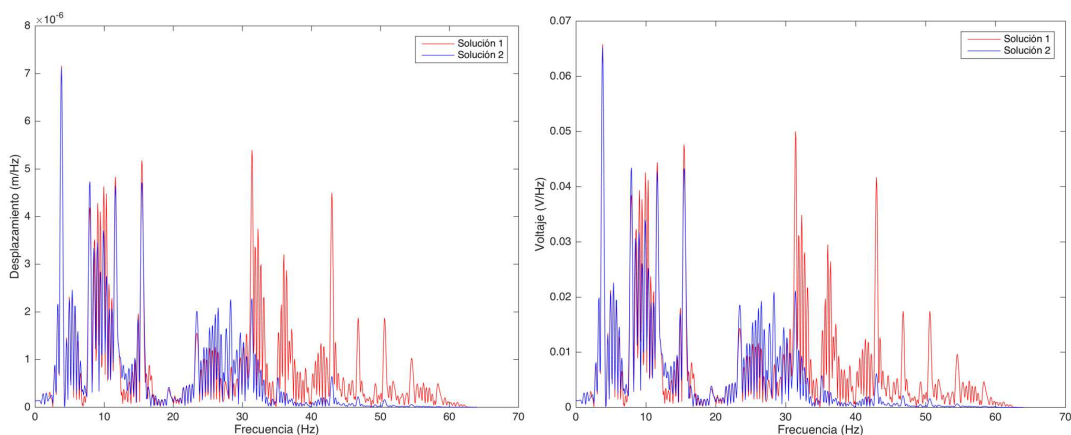
Se obtienen resultados acordes a las gráficas de la segunda columna de la figura 5-5, excepto para el modelo S104, donde se obtenía que la aceleración máxima se daba para la segunda frecuencia.

Por otra parte, el mejor resultado es el generado por el modelo de tren S103 cuando vibra a la segunda frecuencia de resonancia.

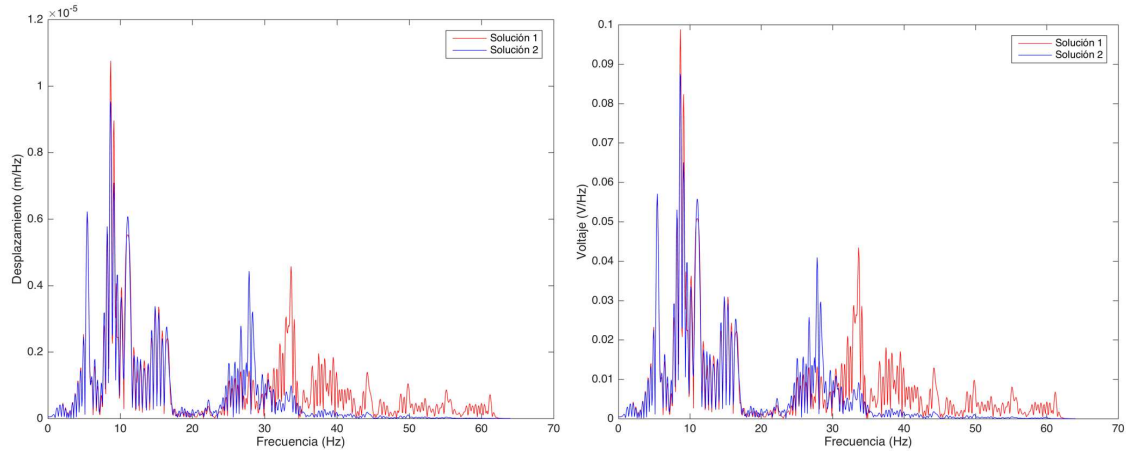
Finalmente, se representa la comparación entre las soluciones de contenido en frecuencia obtenidas mediante dos métodos:

- Solución 1: resultado del análisis armónico realizado en el modelo de pletina con piezoeléctrico y masa puntual en el centro del extremo voladizo multiplicado por el resultado de la transformada de Fourier (utilizada para pasar del dominio temporal al frecuencial).
- Solución 2: resultado obtenido al excitar el modelo anterior con los datos del ensayo experimental del Viaducto del Arroyo Bracea I. Es decir, la respuesta de la figura 5-7.

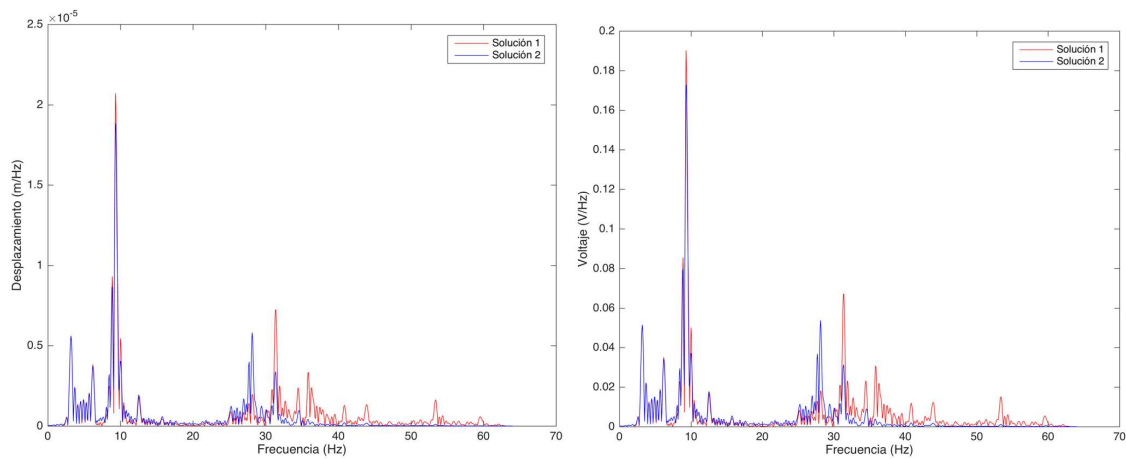
S100



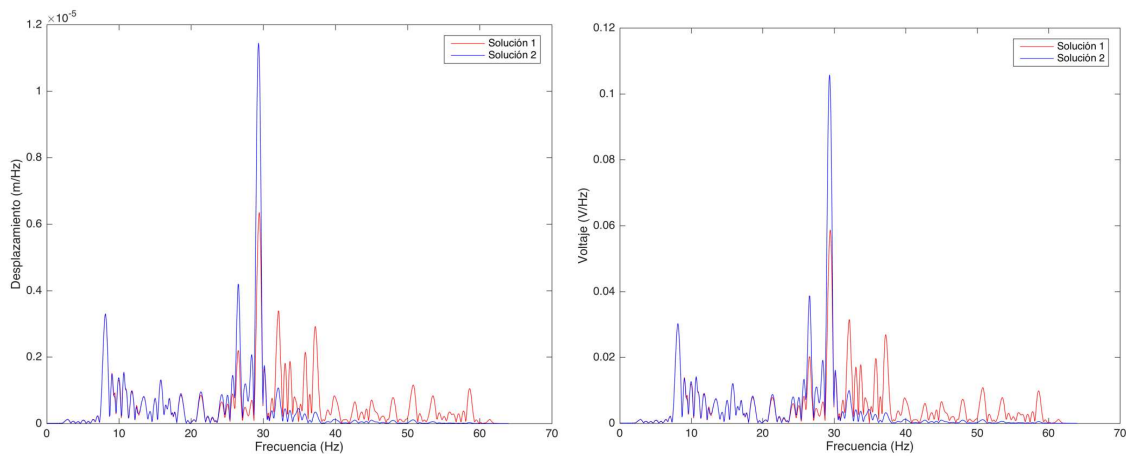
S102



S103



S104



S130

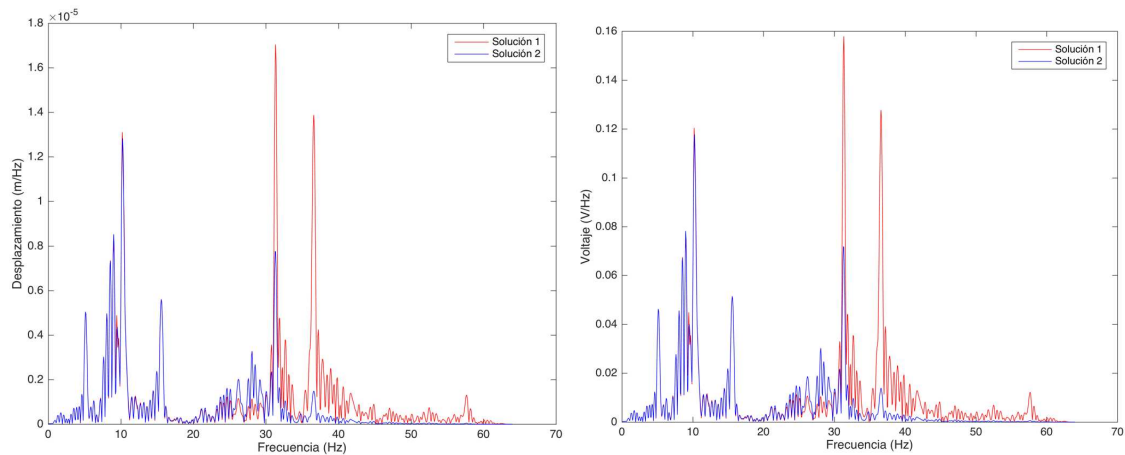
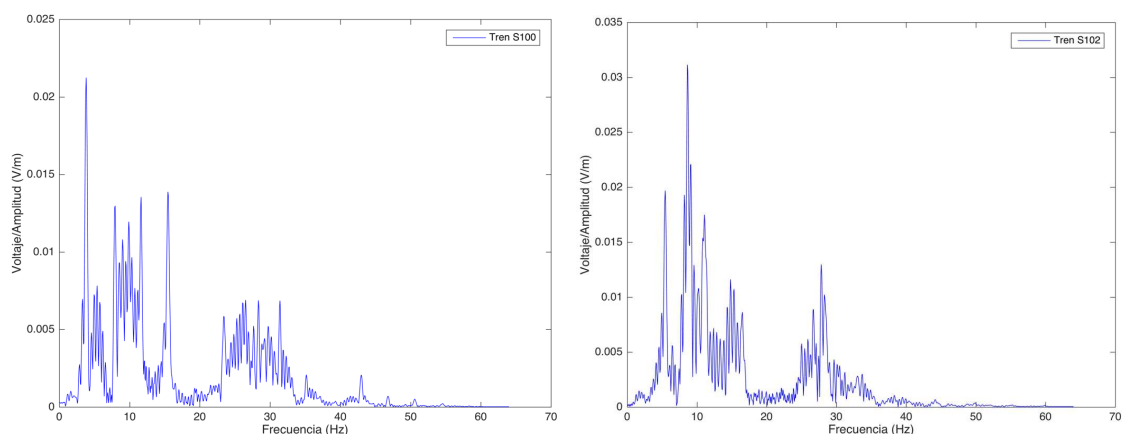


Figura 5-8 - Comparación de amplitud y voltaje de la pletina frente a frecuencia, para distintos modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I.

Se advierte una buena aproximación entre los 0 y 25 Hz. Es decir, para el primer y segundo modo de vibración, la solución se considera válida. A partir de la tercera frecuencia de resonancia, en la solución 1 (resultado del análisis armónico por la transformada de Fourier), excepto para el modelo S130, alcanza un valor menor de la respuesta en voltaje respecto a la solución 2.

Finalmente, se divide el voltaje entre el desplazamiento para cada frecuencia, con la finalidad de estudiar la relación entre ambos parámetros:



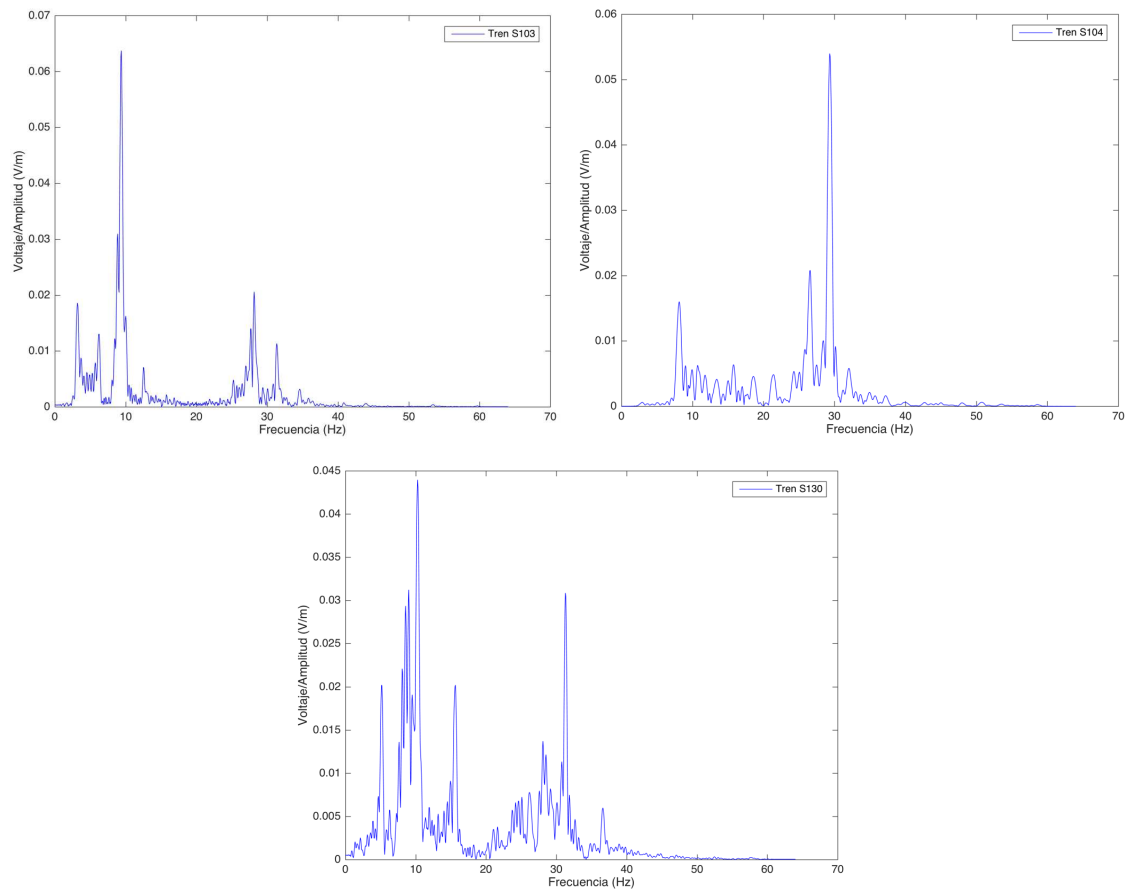


Figura 5-9 - Factor voltaje entre desplazamiento frente a frecuencia, para distintos modelos de tren, a su paso por el Viaducto del Arroyo Bracea I.

Se comprueba que el modelo de tren que provoca una respuesta eléctrica mayor corresponde al S103, seguido del modelo S104. En ambos se obtiene un resultado similar, sin embargo, la diferencia reside en que el primero lo logra para la segunda frecuencia de resonancia, y el S104 para la tercera.

5.3. Conclusiones

Como conclusión, se finaliza el capítulo tratando el caso en el cual es sistema estuviera sintonizado a la primera frecuencia natural del puente.

Según la tabla 4-10 de la sección anterior, en la cual se recogían las frecuencias naturales de los modos contribuyentes en el modelo de pletina con acoplamiento piezoeléctrico y masa puntual, la primera frecuencia del sistema era de 35.024 Hz.

Como se ha señalado en las gráficas de la figura 5-5, la primera frecuencia natural del puente era aproximadamente 10 Hz.

Ajustando el sistema receptor (recolector) para que su frecuencia resonante coincidiera con la frecuencia emitida por la plataforma, se conseguiría maximizar la energía recolectada.

Para ello, se deberá optimizar el valor de las variables mecánicas del modelo, es decir, de la masa, la rigidez y el amortiguamiento. Para ello, se calculan las variables óptimas en un rango determinado y acorde a la geometría del sensor (es decir, con sentido físico), y la energía generada.

6. CONCLUSIONES. TRABAJO FUTURO

En primer lugar, se resumirá el trabajo realizado, siguiendo con la enumeración de las conclusiones obtenidas y, posteriormente, se indicarán algunas líneas de trabajo futuras.

El motivo de este proyecto era estudiar el aprovechamiento energético de las vibraciones ambientales mediante la modelización de un recolector de energía.

Para comenzar, se empleó la investigación realizada por Erturk e Inman para obtener una solución analítica para el modelo tipo viga sin acoplamiento piezoeléctrico y sin masa sísmica.

A continuación, se realizaron dos modelos numéricos de un sistema tipo viga y tipo pletina empleando ANSYS, con la finalidad de compararlos con la solución analítica y verificar que mediante el MEF se obtuvieran buenos resultados.

Tras comprobar que la solución del MEF se adecuaba a la analítica, como el modelo idóneo de recolector incluye masa sísmica y láminas piezoeléctricas, se procedió a introducir ambas piezas.

Finalmente, tras estudiar el modelo óptimo de entre las configuraciones posibles, se procedió a implementar una excitación tomada de un ensayo realizado por Galvín et al.

Por otra parte, las conclusiones obtenidas en el trabajo son las siguientes:

- En primer lugar, se concluye que el modelo numérico realizado mediante un elemento BEAM3 aporta resultados idénticos a la solución de Erturk e Inman.
- El modelo de pletina mediante un SHELL181, también proporciona buenos resultados. Además, es más fiable ya que tiene en cuenta los modos de

torsión, algo que el modelo tipo viga y la solución analítica no consideraban.

- Por otro lado, se comprueba que al incluir una masa sísmica, la configuración óptima es situarla como masa puntual en el extremo voladizo de la pletina. Incorporándola al modelo se logra una disminución de las frecuencias naturales.
- Finalmente, considerando el acoplamiento piezoeléctrico en el sistema, se obtiene la respuesta en voltaje del recolector frente a una excitación en la base.

Para finalizar el trabajo, se listan varias líneas de trabajo sobre las cuáles podría continuar esta investigación:

- En primer lugar, habría que estudiar diferentes modelos de recolector de energía. Por ejemplo, se investigaría cómo varía la energía generada dependiendo de los materiales empleados en el recolector o en función de su geometría. También las posibles conexión del sistema eléctrico (en serie o en paralelo).
- En segundo lugar, si se sintoniza el modelo numérico con la resonancia del puente donde se incorporen, por ejemplo, se podría obtener una energía almacenada mayor. Por tanto, se estudiaría cambiar las propiedades del sistema para poder sintonizarlo.
- En tercer lugar, se investigaría emplear otros elementos en ANSYS con la finalidad de alcanzar un resultado más exacto. También, se puede mejorar el mallado de los modelos.
- Por otra parte, en lugar de basarse en la solución analítica de Erturk e Inman para el sistema de parámetros distribuidos, sin acoplamiento y sin masa, se debería implementar el cálculo del modelo que incluya tanto el acoplamiento piezoeléctrico como la masa sísmica para, posteriormente, comparar la solución obtenida con los modelos numéricos mediante el MEF.

- El campo de la recolección de energía seguirá avanzando, y con ello se irán logrando soluciones que se adapten con mas fiabilidad a la realidad.
- Finalmente, en este trabajo interesa ver el sistema de forma que funcione como un generador de energía. Sin embargo, se ha explicado que se pueden añadir condiciones de contorno en voltaje en el modelo. Sería interesante estudiar cómo se comporta el sistema si fuese un actuador o que funcionalidad podría tener trabajando de ese modo.

REFERENCIAS

ANSYS. (s.f.). *ANSYS Help BEAM188*. Recuperado el 5 Abril de 2019, de ANSYS Help: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_BEAM188.html

ANSYS. (s.f.). *ANSYS Help MASS21*. Recuperado el 5 Abril de 2019, de ANSYS Help: http://mechanika2.fs.cvut.cz/old/pme/examples/ansys55/html/elem_55/chapter4/ES4-3.htm

ANSYS. (s.f.). *ANSYS Help SHELL181*. Recuperado el 5 Abril de 2019, de ANSYS Help: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SHELL181.html

ANSYS. (s.f.). *ANSYS Help SOLID5*. Recuperado el 5 Abril de 2019, de ANSYS Help: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SOLID5.html

Aragonesa, P. E.-d. (s.f.). *Plataforma E-ducativa Aragonesa*. Recuperado el 3 Mayo de 2019, de Plataforma E-ducativa Aragonesa: http://educativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/4250/4341/html/4_polarizacion_de_la_materia.html

Cady, W. (1964). *Piezoelectricity: An introduction to the theory and applications of electromechanical phenomena in crystals*. New York: Dover Publications .

duToit, N., Wardle, B., & Kim, S.-G. (2005). Design considerations for MEMS-scale piezoelectric mechanical vibration energy harvesters. *Integrated Ferroelectrics* (71), 121-160.

Elvin, N., & Elvin, A. (4 de Abril de 2008). A general equivalent circuit model for piezoelectric generators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structure* 19 .

Erturk, A., & Inman, D. (2008a). A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters. *ASME Journal of Vibrations and Acoustics* (130), 1-15.

Erturk, A., & Inman, D. (2008b). An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations. *Smart Materials and Structures* .

Erturk, A., & Inman, D. (2007). Mechanical considerations for modeling of vibration-based energy harvesters. *International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*. Las Vegas, Nevada, USA.

Erturk, A., & Inman, D. (2008c). On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* (19), 1311-1325.

Galvín, P., Romero, A., Moliner, E., & Martínez-Rodrigo, M. (2018). Two models to analyse the dynamic response of short span simply-supported oblique high-speed railway bridges: Comparison and experimental validation. *Engineering Structures* (167), 48-64.

González Díaz, M. (2017). *Trabajo Fin de Grado: Obtención de energía de las olas empleando materiales piezoeléctricos*. Universidad de Cantabria, Facultad de Ciencias. Grado en Física.

Hagood, N., Chung, W., & Von Flotow, A. (1990). Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* (1), 327-354.

IEEE. (1987). IEEE Standard on Piezoelectricity. New York.

Jeon, Y., Sood, R., Jeong, J., & Kim, S. (2005). MEMS power generator with transverse mode thin film PZT. *Sensors & Actuators* (122), 16-22.

Kim, H., Tadesse, Y., & Priya, S. (2008). Piezoelectric Energy Harvesting. In S. Priya, & D. J. Inman, *Energy Harvesting Technologies* (pp. 3-36). Blacksburg, Virginia: Springer Science+Business Media.

Lašová, Z., & Zemčík, R. (2012). comparison of finite element models for piezoelectric materials. *Procedia Engineering* (48), 375-380.

Laura, P., Pombo, J., & Susemihl, E. (1974). A note on the vibration of clamped-free beam with a mass at the free end. *J. Sound and Vib.* (37 (2)), 161-168.

Lu , F., Lee, H., & Lim, S. (2004). Modeling and analysis of micro piezoelectric

- power generators for micro-electromechanicals-systems applications. *Smart Materials and Structures* (13), 57-63.
- Ottman, G., Hofmann, H., Bhatt, A., & Lesieutre, G. (2002). Adaptive piezoelectric energy harvesting circuit for wireless remote power supply. *IEEE Transactions on Power Electronics* (17), 669-676.
- piezoelectricity, H. o. (s.f.). *Piezo Systems*. Recuperado el 23 de Abril de 2019, de Piezo Systems: <https://piezo.com>
- Po-Shiun, C. (2006). *Analysis and desing of a piezoelectric micro-actuator*. Arlington: Thesis of the Uneversity of Taxis.
- Priya, S. (2007). Advances in energy harvesting using low profile piezoelectric transducers. *Journal of Electroceramics* (19), 167-184.
- Roundy, S., Leland, E., Baker, J., Carleton, E., Reilly, E., Lai, E., et al. (2005). Improving power output for vibration-based energy scavengers. *Pervasive Comput , January-March* (4), 28-36.
- Roundy, S., Wright, P., & Rabaey, J. (2003). A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. *Computer Communications* (26), 1131-1144.
- Sodano, H., Inman, D., & Park, G. (2004). A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials. *The Shock and Vibration Digest* (36), 197-205.
- Sodano, H., Inman, D., & Park, G. (2005). Generation ans storage of electricity from power harvesting devices. *Journal of Intelligent Material Systems ans Structures* (16), 67-75.
- Stephen, N. (2006). On energy harvesting from ambient vibration. *Journal of Sound and Vibrations* (293), 409-425.
- Troiler-Mckinstry, S., & Muralt, P. (2004). Thin film piezoelectrics for MEMS. En *Electronic Materials: Science and Technology Vol. 9* (págs. 7-17).
- Williams, C., & Gates, R. (1996). Analysis of a micro-electric generator for microsystems. *Sensors and Actuators* (52), 8-11.

ANEXO. CÓDIGOS MODELOS ANSYS

6.1. Modelo tipo viga

| | |
|--|-----------------------------|
| /PREP7 | ! TIPO DE ELEMENTO EMPLEADO |
| !DEFINICIÓN DE CONSTANTES | ET,1,BEAM3 |
| ndiv=100 | ! GEOMETRIA DE LA PLETINA |
| ! Espesor, largo y ancho de pletina | R,1,A,I ! Ctes reales |
| h=0.14e-3 | K,1,0,0 |
| L=50.8e-3 | K,2,L,0 |
| b=31.8e-3 | L,1,2 |
| ! Área transversal e inercia | ! DISCRETIZACIÓN Y MALLA |
| A=b*h | LESIZE,ALL,, ,ndiv,,1,, ,1, |
| I=(b*h*h*h)/12 | LMESH,ALL |
| ! Módulo elasticidad, coef. de Poisson | ! EMPOTRAMIENTO DE LA BASE |
| ! y densidad del latón | EN X=0 |
| MP,EX,1,105e9 | NSEL,S,LOC,X,0 |
| MP,NUXY,1,0.4 | D,ALL,ALL |
| MP,DENS,1,9000 | |

6.2. Modelo pletina de latón

```
/PREP7                                ! GEOMETRIA
!DEFINICIÓN DE CONSTANTES            RECTNG,0,L,0,b
! Espesor, largo y ancho de pletina   SECTYPE,1,SHELL
h=0.14e-3                             SECDATA,h,1
L=50.8e-3                             ! DISCRETIZACIÓN Y MALLA
b=31.8e-3                             SMRTSIZ,1
! Módulo elasticidad, coef. de Poisson MSHAPE,0,2D
! y densidad del latón                AMESH,ALL
MP,EX,1,105e9                         ! EMPOTRAMIENTO DE LA BASE
MP,NUXY,1,0.4                         EN X=0
MP,DENS,1,9000                        NSEL,S,LOC,X,0
! TIPO DE ELEMENTO                   D,ALL,ALL
ET,1,SHELL181
```

6.3. Modelo pletina de latón con masa sísmica puntual (centrada o en extremos)

| | |
|--|----------------------------|
| /PREP7 | ! GEOMETRÍA |
| !DEFINICIÓN DE CONSTANTES | RECTNG,0,L,0,b |
| ! Espesor, largo y ancho de pletina | ! MALLADO |
| h=0.14e-3 | TYPE,1 |
| L=50.8e-3 | SMRTSIZ,1 |
| b=31.8e-3 | MSHAPE,0,2D |
| M=0.012 ! Kg masa puntual | AMESH,ALL |
| ! TIPOS DE ELEMENTOS | ASEL,ALL |
| ET,1,SHELL181 | TYPE,2 |
| SECTYPE,1,SHELL | REAL,2 |
| SECDATA,h,1 | ! MODELO DE MASA CENTRADA |
| ET,2,MASS21 | n=node(L,b/2,0) |
| KEYOPT,2,3,2 | e,n |
| ! MODELO DE MASA CENTRADA | !MODELO MASA EN EXTRMEOS |
| R,2,M | n=node(L,0,0) |
| !MODELO MASA EN EXTREMOS | e,n |
| R,2,M*0.5 | n=node(L,b,0) |
| ! Módulo elasticidad, coef. de Poisson | e,n |
| ! y densidad del latón | ! EMPOTRAMIENTO DE LA BASE |
| MP,EX,1,105e9 | EN X=0 |
| MP,PRXY,1,0.4 | NSEL,S,LOC,X,0 |
| MP,DENS,1,9000 | D,ALL,ALL |

6.4. Modelo pletina de latón con masa sísmica lineal

| | |
|--|----------------------------|
| /PREP7 | MP,PRXY,1,0.4 |
| !DEFINICIÓN DE CONSTANTES | MP,DENS,1,9000 |
| ! Espesor, largo y ancho de pletina | ! GEOMETRÍA |
| h=0.14e-3 | RECTNG,0,L,0,b |
| L=50.8e-3 | ! MALLADO |
| b=31.8e-3 | TYPE,1 MAT,1 |
| M=0.012 ! Kg masa puntual | SMRTSIZ,1 |
| ! Longitud para M kg lineales | MSHAPE,0,2D |
| leng=0.006475 | AMESH,ALL |
| NDIV=L/10 | ASEL,ALL |
| ! TIPO DE ELEMENTO | TYPE,2 |
| ET,1,SHELL181 | LSEL,S,LINE,,2 |
| SECTYPE,1,SHELL | LATT,1,,2,,,,2 |
| SECDATA,h,1 | LESIZE,ALL,,,,NDIV |
| ET,2,BEAM188 | LMESH,ALL |
| SECTYPE,2,BEAM,RECT | ! EMPOTRAMIENTO DE LA BASE |
| SECDATA,leng,leng | EN X=0 |
| ! Módulo elasticidad, coef. de Poisson | NSEL,S,LOC,X,0 |
| ! y densidad del latón | D,ALL,ALL |
| MP,EX,1,105e9 | |

6.5. Modelo pletina de latón con PZT-5H

```

/PREP7                                tb,anel,1,,,1
! DATOS                                tbda,1,s11,s13,s12
s11=16.5e-12                           tbda,7,s33,s13
s12=-4.78e-12                           tbda,12,s11
s13=-8.45e-12                           tbda,16,s44
s33=20.7e-12                           tbda,19,s44
s44=43.5e-12                           tbda,21,s66
s66=2*(s11-s12)                        tb,piez,1,,,1
d15=7.41e-10                           tbda,2,d31
d31=-2.74e-10                           tbda,5,d33
d33=5.93e-10                           tbda,8,d31
k11=3130                                tbda,10,d15
k33=3400                                tbda,15,d15
h=0.14e-3      ! Espesor                mp,pery,1,k33
hpzt=0.26e-3   ! Espesor PZT            mp,perz,1,k11
L=50.8e-3      ! Largo                   mp,perx,1,k11
B=31.8e-3      ! Ancho                   ! PROPIEDADES PARA SHELL
NDIV=L/10      SECTYPE,1,SHELL
! ELEMENTOS    SECDATA,h
ET,1,solid5,3   MP,EX,2,105e9
ET,2,SHELL181   MP,PRXY,2,0.4
! PROPIEDADES PARA PZT    MP,DENS,2,9000
MP,DENS,1,7500           ! GEOMETRÍA

```


| | |
|---------------------------|--------------------------|
| BLOCK,0,B,0,hpzt,0,L | NSEL,S,LOC,Z,0 |
| BLOCK,0,B,0,-hpzt,0,L | D,ALL,UX,,,,UY,UZ |
| VGLUE,ALL | NSEL,S,LOC,Y,0 |
| ! MALLADO | CP,1,VOLT,ALL |
| SMRTSIZ,1 | *GET,NMID,NODE,0,NUM,MIN |
| MSHA,0,3D | NSEL,S,LOC,Y,hpzt |
| MAT,1 | CP,2,VOLT,ALL |
| VSWEEP,All | *GET,NTOP,NODE,0,NUM,MIN |
| ASEL,S,LOC,Y,0 | NSEL,S,LOC,Y,-hpzt |
| MAT,2 | CP,3,VOLT,ALL |
| TYPE,2 | *GET,NBOT,NODE,0,NUM,MIN |
| SECNUM,1 | ALLSEL |
| AMESH,ALL | D,NMID,VOLT,0 |
| ALLSEL | D,NBOT,VOLT,1 |
| ! CONDICIONES DE CONTORNO | D,NTOP,VOLT,1 |